

BANQUE DES ETATS DE L'AFRIQUE CENTRALE



BEAC

*Note méthodologique*

---

**Elaboration de la courbe de rendement des titres  
des Etats membres de la CEMAC**

---

Handwritten notes and signatures in blue ink at the bottom right of the page, including the letters 'FRD', 'Ah', '1', and a large circular scribble.

## SOMMAIRE

CONTEXTE ET JUSTIFICATION.....	3
I. INSTRUMENTS ET DONNEES UTILISES POUR L'ELABORATION DES COURBES DE RENDEMENT DES TITRES DES ETATS MEMBRES DE LA CEMAC .....	4
I.1. Instruments utilisés dans la construction des courbes de rendement .....	4
I.2. Sources de données .....	4
II. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE DE CALCUL DES COURBES DE RENDEMENTS DES ETATS MEMBRES DE LA CEMAC .....	5
II.1. Cadre théorique du modèle de Nelson-Siegel .....	5
II.2. Approche d'estimation du modèle de Nelson-Siegel pour le calcul des courbes de rendement dans la CEMAC .....	6
III. PUBLICATION DES COURBES DE RENDEMENT .....	7

Handwritten signatures and initials in blue ink, including a large signature, the initials 'FKD', 'AM', '2', and 'JA'.

## CONTEXTE ET JUSTIFICATION

Le marché de la dette souveraine constitue la base de l'essor des marchés de capitaux dans les pays en développement. Son expansion renforce la qualité et la crédibilité des politiques budgétaires, la gouvernance et la transparence de la gestion des finances publiques. La qualité de la gestion de la dette confère à un Etat une bonne signature sur les marchés, qui peut être appréciée à travers les taux auquel il se finance. Ce profil de taux appelé courbe des rendements ou structure par termes des taux d'intérêt est un outil essentiel d'appréciation du coût des ressources dans le temps.

La courbe de rendement est la fonction qui, à une date donnée, pour chaque maturité, indique le niveau de taux d'intérêt pour un placement sans risque de défaut de l'émetteur. Elle répond à deux demandes sur les marchés financiers puisque, d'un côté, elle agrège l'ensemble des taux d'intérêt que va devoir s'acquitter un émetteur et, de l'autre, elle informe les investisseurs sur les rendements d'un titre selon sa maturité. La structure et l'évolution de la courbe sont donc des informations cruciales pour l'efficacité des marchés obligataires. En outre, elle constitue un outil d'optimisation de la politique monétaire des banques centrales et fournit des informations sur l'évolution future des taux, les fluctuations de l'activité économique et les anticipations des agents économiques.

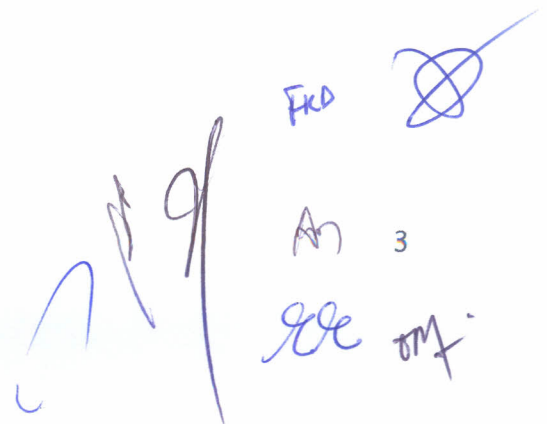
La construction d'une courbe des taux souverains s'inscrit dans le cadre de l'amélioration du reporting du marché des titres publics et devrait contribuer à cet effet au développement de ce marché et particulièrement de son compartiment secondaire.

L'actualisation et la publication des courbes des taux souverains par la BEAC, de manière fréquente, permettent d'établir une référence pour les prix des emprunts des Trésors émetteurs sur le marché, ainsi que les risques liés aux autres émetteurs non souverains.

La modélisation de la courbe de rendement peut avoir des conséquences importantes sur la stabilité financière des États. A ce titre, il est important de déterminer une courbe qui tient compte des caractéristiques des économies étudiées. Dans la zone CEMAC, le choix a été porté sur le modèle de Nelson-Siegel (1987) utilisé par d'autres banques centrales, car il s'adapte aisément aux marchés peu développés, peu liquides et permet des interprétations économiques de ses paramètres.

La présente note méthodologique vise à préciser le processus d'élaboration des courbes de rendement des Etats membres de la CEMAC. Elle s'articule autour de trois principales parties traitant respectivement : (i) des instruments utilisés et des sources de données ; (ii) de l'approche méthodologique de calcul des courbes de rendement et (iii) des diligences en matière de publication des courbes.

FKD  
AM 3  
JCC TM





# I. INSTRUMENTS ET DONNEES UTILISES POUR L'ELABORATION DES COURBES DE RENDEMENT DES TITRES DES ETATS MEMBRES DE LA CEMAC

## I.1. Instruments utilisés dans la construction des courbes de rendement

Trois instruments sont retenus pour la construction des courbes de rendement : les Bons du Trésor Assimilables (BTA) et Obligations du Trésor Assimilables (OTA), émis sur le marché des titres publics par adjudications organisées par la BEAC, ainsi que les Obligations du Trésor (OT), émis par syndication sur le marché financier de la sous-région.

Compte tenu des différences relevées dans les caractéristiques de ces instruments (*cf.* tableau en annexe), une harmonisation des données est faite à travers : (i) la conversion des taux des BTA en base actuarielle exact/365 équivalent aux taux des OTA et ; (ii) le calcul, pour les OT de la durée moyenne jusqu'à l'échéance, eu égard à leur amortissement.

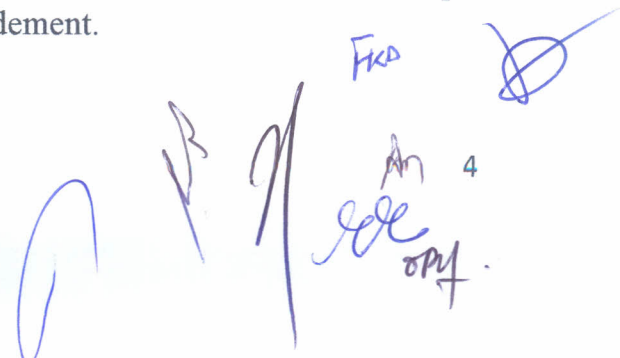
## I.2. Sources de données

En fonction de la disponibilité et de la fiabilité des données du marché secondaire, trois approches sont généralement utilisées par les banques centrales pour la construction de la courbe de rendement :

1. l'approche idéale consiste à s'appuyer sur des données du marché secondaire et permet ainsi d'obtenir une courbe de rendement reflétant les prix auxquels les contreparties financières ont effectivement échangé les titres d'un émetteur ;
2. toutefois, en l'absence d'un marché secondaire, la courbe de rendement peut également être construite uniquement à partir des données du marché primaire;
3. une troisième approche qui est la synthèse des deux premières, est retenue par certaines banques centrales des pays en développement, où les marchés secondaires sont très peu développés. Suivant cette approche, la courbe de rendement est obtenue en combinant les données des émissions sur le marché primaire et celles des transactions du marché secondaire.

Compte tenu de la faiblesse des transactions sur le compartiment secondaire du marché des titres publics dans la zone CEMAC, la troisième approche a été retenue par la BEAC. Ainsi, les courbes sont principalement construites à partir des données issues du marché primaire et des transactions du marché secondaire, lorsque celles-ci sont significatives.

Pour les données du marché primaire des adjudications des BTA et OTA ou de la syndication des OT, sont retenues les émissions dont les montants sont supérieurs ou égaux à 1 milliard FCFA. S'agissant des OT, et dans la mesure du possible, c'est le taux effectif de sortie qui sera pris en compte pour l'élaboration de la courbe de rendement.



S'agissant du marché secondaire, toutes les données des transactions sont prises en compte sur la base du clean price (prix de négociation auquel on soustrait le coupon couru).

## II. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE DE CALCUL DES COURBES DE RENDEMENTS DES ETATS MEMBRES DE LA CEMAC

### II.1. Cadre théorique du modèle de Nelson-Siegel

La famille des fonctions de Nelson-Siegel permet d'obtenir les quatre formes des courbes classiques (ascendante, descendante, plate et inversée). Il convient de souligner que l'approche présente un inconvénient majeur, elle ne permet pas de capturer les formes de courbures plus complexes que l'on peut rencontrer dans certaines configurations de marché, notamment les courbes possédant un creux et une bosse. Toutefois, d'un point de vue pratique, l'avantage principal des approches paramétriques du type Nelson-Siegel est l'interprétation économique et financière des paramètres du modèle. C'est la principale raison pour laquelle, ces méthodes sont utilisées par les banques centrales pour reconstruire les courbes de rendement et par les analystes économiques pour prédire l'évolution des taux dans le futur. Aussi, ce modèle est, en pratique, le plus souvent utilisé pour l'analyse et la couverture du risque de taux de portefeuille à flux connus.

La fonctionnelle des taux d'intérêt spot selon Nelson et Siegel (1987) est notée par l'équation suivante :

$$R(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \left[ \frac{1 - \exp(-\tau/\lambda)}{\tau/\lambda} \right] + \beta_2 \left[ \frac{1 - \exp(-\tau/\lambda)}{\tau/\lambda} - \exp(-\tau/\lambda) \right], \lambda \geq 0.$$

où :

- $\beta_0$  est indépendant de la maturité et s'interprète comme le niveau de rendement à long terme ;
- $\beta_1$  représente la pente de la courbe et matérialise le comportement des rendements à court terme ;
- $\beta_2$  décrit la courbure de la courbe. Son signe précise la forme de la courbure (c'est une bosse si  $\beta_2 > 0$  et un « U » sinon) et sa valeur absolue donne une indication sur la taille de la bosse. Il matérialise le comportement des rendements à moyen terme ;
- $\lambda$  est un paramètre d'échelle qui détermine la position du point d'inflexion de la courbe.

Handwritten notes and signatures in blue ink at the bottom right of the page, including the word "FRA" and a circled signature.



Considérons  $Y^M(\tau_1), \dots, Y^M(\tau_n)$ , les prix de marché observés de produits financiers de référence aux dates de maturité  $\tau_1, \dots, \tau_n$ . Supposons que la fonctionnelle  $R$  peut être reliée aux prix théoriques des produits financiers de référence notés  $Y$ , par une relation non linéaire de la forme :

$$Y(\tau_n) = f_n(R(\tau), \tau \leq \tau_n),$$

Où  $Y(\tau_n)$  est le prix théorique de produits financiers de référence à la date  $\tau_n$ ,  $f_n$  est une fonction déterministe qui dépend des caractéristiques de produits financiers de référence. Ainsi, les paramètres  $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \lambda)$  peuvent être estimés à partir des prix observés en résolvant un problème de minimisation non linéaire :

$$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\lambda}) = \underset{(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \lambda) \in \mathbb{R}^4}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{j=1}^n (Y(\tau_j) - Y^M(\tau_j))^2 \right\}$$

## II.2. Approche d'estimation du modèle de Nelson-Siegel pour le calcul des courbes de rendement dans la CEMAC

L'estimation de la courbe repose sur une optimisation qui permet de minimiser les erreurs observées entre les prix de marché et les nouveaux prix estimés. L'estimation des paramètres peut se faire soit par régression linéaire, soit par un algorithme d'optimisation.

Compte tenu du nombre d'émissions de titres limité dans la sous-région, tant en fréquence qu'en instruments, la méthode numérique d'optimisation (minimisation) de la fonction de perte a été retenue. La méthode utilisée est l'algorithme de réduction du gradient généralisé qui est destiné à l'optimisation des problèmes non linéaires. En partant des valeurs initiales fixées, elle recherche le minimum de manière itérative à partir du calcul (ou de l'approximation) de la fonctionnelle.

Pour le calibrage des paramètres du modèle, nous résolvons, pour l'ensemble de la période et suivant toutes les maturités sur lesquelles des opérations (émissions ou transactions sur le marché secondaire) ont été observées au cours du mois, le programme ci-après :

$$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\lambda}) = \underset{(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \lambda) \in \mathbb{R}^4}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{t=1}^T (R_t^{NS} - R_t^{Obs})^2 \right\}$$

- $R_t^{NS}$  représente le rendement obtenu par la fonctionnelle de Nelson-Siegel ;
- $R_t^{Obs}$  représente le rendement observé.

*Handwritten notes and signatures:*  
 TW  
 A  
 6  
 [Signatures]

les maturités de référence afin de compléter l'échantillon nécessaire au calibrage des paramètres.

Le paramètre  $\hat{\lambda}$  est calibré annuellement sur la base des données historiques des émissions des différentes maturités.

Sur la base de la valeur calibrée de  $\hat{\lambda}$ , les autres paramètres  $\beta_0, \beta_1$  et  $\beta_2$  sont estimés à l'aide des moindres carrés ordinaires:

$$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = \underset{(\beta_0, \beta_1, \beta_2) \in \mathbb{R}^3}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{j=1}^n (Y(\tau_j) - Y^M(\tau_j))^2 \right\}$$

### III. PUBLICATION DES COURBES DE RENDEMENT

Les courbes de rendement élaborées par la BEAC sont actualisées et publiées selon une fréquence mensuelle. Elles sont communiquées aux Trésors publics nationaux et aux autres acteurs du marché par le canal des Directions nationales de la Banque Centrale et publiées sur le site internet de la BEAC ([www.beac.int](http://www.beac.int)).

Par ailleurs, les données ayant servi à l'élaboration de ces courbes seront également publiées sur le site web de la BEAC en même temps que la courbe.

Handwritten notes and signatures in blue ink at the bottom right of the page, including the word "Fis" and a circled mark.



**Annexe : Caractéristiques des instruments utilisés pour la construction de la courbe de rendement à l'échéance à la BEAC (Bons du Trésor assimilables BTA, à Court Terme ; Obligations du Trésor Assimilables OTA et Obligations du Trésor OT émises par syndication, à moyen et long terme)**

Caractéristiques	Bon de Trésor à court terme Assimilable BTA	Obligation du Trésor Assimilable OTA	Obligation du Trésor OT émise par syndication
Emission	Adjudication par voie d'appels d'offres Hebdomadaires	Adjudication par voie d'appels d'offres mensuels	Emission par syndication sur le marché financier de la zone CEMAC
Valeur nominale (N)	1 000 000 F CFA	10 000 F CFA	10 000 F CFA
Maturité	13 Semaines (91 jours) ; 26 Semaines (182 jours) ; et 52 semaines (364 jours)	Supérieure ou égale à 2 ans	Supérieure ou égale à 2 ans
Paiement des intérêts	<p>Les intérêts sont précomptés et prépayés et se déterminent sur la base du taux d'intérêt proposé par le soumissionnaire à l'adjudication (T) et du nombre de jours réels rapportés à une année de 360 jours selon la formule suivante :</p> $C = \frac{N * T * j}{360}$ <p>C : montant des intérêts précomptés N : valeur nominale du Bon du Trésor Assimilable j : nombre de jours allant de la date de règlement de l'adjudication à la date d'échéance.</p>	<p>Les intérêts sont payés annuellement à terme échu et calculés sur la base du nombre de jours réels rapportés à une année de 365 jours avec</p> $C = N * T * \frac{j}{365}$ <p>C : montant des intérêts annuels ou coupon annuel N : valeur nominale de l'Obligation du Trésor Assimilable T : Taux d'intérêt nominal j : nombre de jours allant de la date de règlement de l'adjudication à la date d'échéance.</p>	<p>Les intérêts sont payés annuellement à terme échu et calculés sur la base du nombre de jours réels rapportés à une année de 365 jours avec</p> $C = N * T * \frac{j}{365}$ <p>C : montant des intérêts annuels ou coupon annuel N : valeur nominale de l'Obligation du Trésor Assimilable non encore remboursée T : Taux d'intérêt nominal j : nombre de jours allant de la date de règlement de l'adjudication à la date d'échéance.</p>
Remboursement du principal	En une seule fois à l'échéance	En une seule fois à l'échéance	Suivant le tableau d'amortissement
Prix et taux de rendement (n : nombre d'années)	$P = (N - C) = \frac{N}{(1 + (R * \frac{j}{360}))^n}$	$P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1 + R)^i} + \frac{N}{(1 + R)^n}$	$P = \sum_{i=1}^n \frac{(C_i + N_i)}{(1 + R)^i}$
R: taux de rendement	$R = \frac{(N - P) * 360}{(P * j)}$		

