

BANQUE DES ETATS DE L'AFRIQUE CENTRALE
NOTES D'ETUDES ET DE RECHERCHE

N°3

Août 2003

**IMPACT DES INVESTISSEMENTS DIRECTS ETRANGERS SUR LA CROISSANCE :
QUELQUES RESULTATS SUR LES PAYS AFRICAINS AU SUD DU SAHARA**

Nzaire FOTSO NDEFO

Les Notes d'Etudes et de Recherche reflètent les idées personnelles de leurs auteurs et n'expriment pas nécessairement la position de la Banque des Etats de l'Afrique Centrale. Ces documents ont pour objectif de stimuler la discussion et recueillir les suggestions. Ils sont disponibles sur le site internet de la Banque des Etats de l'Afrique Centrale (www.beac.int).

IMPACT DES INVESTISSEMENTS DIRECTS ETRANGERS SUR LA CROISSANCE : Quelques résultats sur les pays africains au sud du Sahara

Nazaire FOTSO NDEFO*

Août 2003

Abstract

In this article, we analyse the impact of Foreign Direct Investment on economic growth. Our findings support that in Sub-Saharan countries, technological diffusion has a significant role on revenue per capita. This spillover effect on growth is enhanced by the stock of human capital accumulated. This paper fails to conclude neither a crowding in, nor a crowding out effect between Foreign Direct Investment and domestic investment. In the Franc Zone, the paper reaches the same conclusion as for the whole Sub Saharian African countries. Nevertheless, Foreign Direct Investment seems to crowd out domestic investment.

Key Words: Foreign Direct Investment, Franc Zone, Dynamic panel, endogenous growth.

Résumé

Dans cet article, nous analysons le lien entre les flux d'investissements directs étrangers et le revenu par tête dans les pays en Afrique au Sud du Sahara. Nous concluons que les transferts technologiques issus des IDE impactent positivement sur la croissance. Ces effets sont renforcés par le stock de capital humain disponible. L'étude n'a pu détecter entre les IDE et les investissements domestiques, ni d'effet d'éviction, ni d'effet de complémentarité. De même, sur les pays de la Zone Franc, les conclusions tirées sur les pays d'Afrique au Sud du Sahara ont été confirmées. Néanmoins, les IDE semblent dans ce cas évincer les investissements domestiques.

Mots clés : Investissements directs étrangers, Zone Franc, Croissance endogène, panel dynamique.

JEL Classification : O40, F21, F23

*Direction des Relations Financières Extérieures, BEAC-Siège. E-mail: fotso@beac.int. L'auteur remercie C. Eboué de l'université de Nancy II, S. Fouda de l'université de Yaoundé II, ainsi que M. Koulet, A. Mialou et E.Mounkala de la cellule de recherche de la BEAC pour leurs observations qui auront permis de rehausser la qualité de ce papier. Bien entendu, les éventuelles erreurs demeurent le seul fait de l'auteur.

1 INTRODUCTION

L'accumulation du capital est un préalable à une croissance économique soutenue. Cette croissance pour être durablement élevée requiert un investissement adéquat. Dans un environnement caractérisé d'une part, par une insuffisance des ressources intérieures face aux besoins d'investissement et, d'autre part, par une accessibilité limitée des pays africains au Sud du Sahara aux marchés internationaux de capitaux, ces derniers ont inscrit l'attraction des flux de capitaux dans leurs stratégies de développement.

Parmi l'ensemble des flux de capitaux privés, les investissements directs étrangers (IDE) sont prisés par les pays en développement en raison de leurs caractères durables, évitant ainsi, les phénomènes de volatilité à l'origine des pressions sur le taux de change. Plus encore, les IDE ont des effets de diffusion sur le plan technologique et permettent le transfert des méthodes modernes de gestion. Depuis les travaux de Borensztein, De Gregorio et Lee (1995), il est de plus en plus admis que le progrès technique a un effet positif sur la croissance. Il agit sur le niveau de la production finale au travers de plusieurs canaux de transmission : l'acquisition du capital humain, l'importation des produits innovants, l'acquisition de techniques de production nouvelles, etc.

Depuis trois décennies, le rôle des IDE sur la croissance a été largement discuté au regard des nouvelles théories de la croissance. Ces travaux ont permis d'analyser dans un cadre conceptuel rénové, les liens entre les taux de croissance par tête et les flux de capitaux.

Koizumi et Kopecky (1977) ont élaboré, dans le cadre d'un modèle d'équilibre général calculable, le premier schéma d'effet de diffusion des IDE sur la croissance. Dans ce modèle, la technologie est traitée comme un "bien public" et donc sa diffusion est de ce fait automatique. Ainsi, il existe des états stationnaires différents pour des pays possédant malgré tout la même fonction de production. En effet, si leurs ratios d'épargne évoluent différemment, l'intensité capitaliste au niveau stationnaire ne sera plus la même.

Findly (1978) dans le cadre d'un modèle classique montre que les IDE véhiculent le progrès technique dans les pays qui les reçoivent. Barro et Sala-i-Martin (1997) trouvent que pour les pays en développement, le coût de l'imitation des technologies existantes est largement inférieure au coût de l'innovation et de sa mise en oeuvre. Les investissements directs étrangers sont un canal adéquat pour la diffusion des innovations technologiques.

Partant de l'assertion que les flux de capitaux agissent sur la croissance par le canal d'un effet de diffusion, Nelson et Phelps (1986), Benhabib et Spiegel (1994) ainsi que

Borensztein et *alii* (1995) trouvent que le stock de capital humain est déterminant dans ce canal de transmission dans la mesure où il détermine la capacité d'absorption des innovations ainsi introduites.

Le but premier de cet article est d'examiner l'impact des flux d'IDE sur la croissance dans le cas des pays africains au sud du Sahara. Dans une moindre mesure, nous examinerons le rôle du capital humain sur les effets de diffusion technologique et enfin l'interaction entre les IDE avec les investissements domestiques. Sur ce dernier point, on examinera s'il existe un effet de complémentarité (*crowding in*) des IDE sur les investissements ou plutôt un effet d'éviction (*crowding out*).

En effet, depuis la fin des années 1980, les flux d'IDE sont devenus la principale composante des capitaux privés en Afrique. Les investissements de portefeuille qui étaient presque inexistantes en Afrique au sud du Sahara (hors Afrique du Sud) avant 1992 ont atteint 17 millions de dollars en 1993, 641 millions de dollars en 1994 pour retomber à 297 millions en 1995. Les flux d'IDE ont été très importants depuis 1980, particulièrement dans les pays hors Zone Franc.

Pour certains pays comme le Nigeria, le Ghana, le Maroc, le Mozambique ou le Botswana, le ratio IDE/PIB a été plus important que celui de certains pays émergents comme le Brésil, l'Inde, le Mexique ou les Philippines. Les IDE ont progressé faiblement dans les pays de la Zone Franc.

Les pays peuvent être regroupés en trois catégories:

i) Les pays les plus attractifs: le Botswana, l'île Maurice, les Seychelles, le Swaziland et la Zambie. Leurs flux nets d'IDE ont tendance à se stabiliser ou à diminuer.

ii) Les pays ayant le plus progressé: l'Angola, le Cameroun, le Gabon le Ghana, la Guinée Equatoriale, le Lesotho, la Côte-d'Ivoire, le Mozambique, la Namibie, le Nigeria et le Zimbabwe. Toutefois, la plupart de ces investissements ont été orientés vers les secteurs pétrolier ou minier. Au Lesotho et au Swaziland, les investissements étaient principalement destinés à produire pour le marché sud-africain tout en contournant les sanctions économiques.

iii) Les autres pays ayant amorcé une très forte progression des flux d'IDE depuis 1980 comme l'Ouganda.

Dans cette optique, l'examen des liens entre les investissements directs étrangers et la croissance pourrait être intéressant. Pour mettre en exergue l'incidence des flux d'investissements directs étrangers sur la croissance, nous utilisons les données de 31 pays sur la période 1986-2000.

Un autre point qui sera abordé dans le texte est l'influence des IDE sur les investissements domestiques. Le sens de la relation n'est pas évident *a priori*. En effet,

les IDE peuvent rentrer en compétition avec les investissements domestiques. Si les IDE évincent les investissements domestiques, alors elles ne contribuent pas à augmenter la formation brute de capital fixe. Ce point est d'autant plus important que, selon la CNUCED, les flux d'IDE sont passés de 3,9% de la formation brute de capital fixe entre 1986-1991 à 7,2% entre 1992-1996 en Afrique, contre 3,5% et 6,8% pour la même période dans l'ensemble des pays en développement, de 2,8% à 6% en Asie, et de 5,3% à 9,5% en Amérique latine. En revanche, si l'effet d'éviction est avéré, le taux de croissance de l'investissement domestique sera inférieur à celui de l'IDE. En revanche, si l'on est en présence d'un crowding in, une augmentation unitaire de l'IDE est suivie d'une augmentation plus que proportionnelle de l'investissement domestique.

Notre étude a permis de mettre en exergue un effet de substitution entre les IDE et l'investissement domestique dans le cas des pays de la Zone Franc. Toutefois, les coefficients étant statistiquement non significatifs pour la régression portant sur l'ensemble de l'échantillon ne nous a pas permis de conclure à un effet de complémentarité ou un effet de substitution.

La suite de l'article se présente comme suit : la section suivante est consacrée à une brève revue de la littérature et des résultats mis en évidence dans des travaux antérieures. La section III définit le cadre théorique de notre étude. La section IV revient sur la démarche méthodologique utilisée. La section V discute les résultats obtenus. La dernière section conclut l'article.

2 Revue de la littérature

Dans le cadre du modèle néoclassique de Solow (1956), les IDE peuvent à long terme influencer sur le niveau de la croissance par tête et non sur le taux de croissance en raison de la présence d'un état stationnaire. Dans un modèle, caractérisé par l'immobilité des facteurs de production internationaux, les taux de croissance des pays aux niveaux technologiques comparables convergent. En cas de mobilité des facteurs, cette convergence est renforcée.

A l'opposé de ce schéma, Romer (1986) élabore un nouveau cadre théorique où le progrès technique est endogène, c'est-à-dire que les rendements sont croissants et les productivités marginales des facteurs de production sont supérieures à l'unité. A la suite de ces travaux, de nombreux auteurs ont essayé d'étudier l'impact des flux d'IDE sur le revenu par tête.

De Gregorio (1992), en travaillant sur un panel de 12 pays d'Amérique latine entre 1950 et 1985 trouve une relation significative et positive entre les investissements

directs et la croissance. Il note en outre que l'impact des IDE est trois fois plus important que celui de l'investissement domestique. Blomstrom et *alii* (1992) confirment le premier résultat en utilisant un échantillon de 78 pays en développement, mais en travaillant avec des données en coupe transversale. Balasubramayam et *alii* (1996) utilisent également une analyse en coupe instantanée sur 46 pays. Ils concluent que les flux d'IDE agissent sur la croissance dans les pays qui ont en outre mis en oeuvre des politiques de libéralisation. De Mello (1999) trouve quant à lui une complémentarité entre les investissements directs étrangers et les investissements domestiques. Toutefois, des études récentes ont montré qu'il peut exister un effet d'éviction dans certains pays. Ainsi Agosin et Mayer (2000) ont montré que dans le cas de certains pays (Centrafrique, Nigeria, Zimbabwe) on assiste à un effet d'éviction, alors qu'on observe un crowding in au Ghana, en Côte d'Ivoire et au Sénégal, tandis que cet effet est neutre au Gabon, au Niger et au Maroc.

Dans des études plus ciblées sur certains pays, le sens de la relation IDE investissements intérieurs n'est pas toujours systématique. Kokko (1994) a mis en évidence dans le cas du Mexique, la présence d'un effet d'éviction. Notons que Agosin et Mayer (2000) concluent plutôt à une relation neutre. L'effet d'éviction sera également confirmé dans le cas de l'Uruguay par Blomstrom et *alii* (1994) et en Indonésie par Sjöholm (1999). L'absence de consensus est confirmée par des auteurs qui parviennent à des conclusions strictement inverses sur d'autres pays comme Aitken et *alii* (1991) pour le Venezuela. Plus encore, Bosworth et Collins (1999), en utilisant l'approche en panel sur 58 pays entre 1978-95, montrent qu'il n'existe ni d'effet d'éviction, ni d'effet de complémentarité causés par les investissements directs étrangers sur les investissements domestiques.

3 Cadre théorique

Dans cette section, nous allons élaborer un cadre théorique à partir des modèles de Romer (1990), Grossman et Helpman (1991), Barro et Sala-i-Martin (1998) ainsi que Borensztein et *alii* (1998).

Nous supposons tout d'abord que l'économie est divisée en deux secteurs : le secteur 1 à très forte productivité est l'apanage des entreprises d'investissements directs étrangers. Le second secteur est celui des entreprises locales qui se consacrent à la production des biens finaux. Comme chez Romer (1990) et Rivera-Batiz et Romer (1991), le progrès technique sera assimilé à l'augmentation du nombre de biens intermédiaires.

La fonction de production du secteur recevant les investissements directs étrangers est donnée par :

$$Y_t = AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha} \text{ avec } 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

Où :

A représente, la capacité sociale de l'économie : niveau technologique, politique économique etc.;

L , le capital humain ;

K , le capital physique.

En posant :

$$K = \left[\int q_i^{1-\alpha} di \right]^{1/1-\alpha} \quad (2)$$

La courbe de la demande est définie par l'égalité entre le prix du bien i et sa productivité marginale :

$$p_i = (1 - \alpha) AL^\alpha q_i^{-\alpha} \quad (3)$$

Le profit du producteur du bien intermédiaire q_i est :

$$\pi_i = \left[\int (p_i q_i - \omega_i q_i) e^{-r(s-t)} ds \right] - F \quad (4)$$

avec :

$$F = f(N^{IDE}), \frac{\partial F}{\partial N/N^{IDE}} < 0 \text{ et } \frac{\partial F}{\partial N^{IDE}} < 0$$

F désigne la fonction des coûts fixes, N^{IDE} la quantité de biens intermédiaires qui en fait sont des biens provenant de l'investissement direct étranger et ω_i , le coût unitaire du travail.

La première dérivée partielle est une hypothèse sur le gap technologique. Les bénéfices potentiels d'une augmentation des flux d'IDE et donc de la production des

biens intermédiaires sont plus importants dans les pays en développement que dans les économies développées.

La seconde dérivée traduit le fait qu'une diminution des coûts des biens intermédiaires agit favorablement sur la croissance.

Ainsi, le profit maximum est atteint en :

$$q_i = \left(\frac{AL^\alpha (1 - \alpha)^2}{\omega_i} \right)^{1/\alpha} \quad (5)$$

En réintroduisant l'offre q_i dans la courbe de demande, nous avons l'expression du prix d'équilibre :

$$p_i = \frac{\omega_i}{1 - \alpha} \quad (6)$$

Si l'on pose $r(\tau)$ est le taux d'actualisation à l'instant τ , la valeur présente du profit s'écrit :

$$V(t) = \pi \int_t^\infty e^{-\int_t^s r(\tau) d\tau} ds = \frac{\pi}{r} \quad (7)$$

Pour Grossman et Helpman (1989), l'hypothèse d'un accès libre au marché se traduit par l'égalité entre la valeur actualisé du profit et le coût fixe et par conséquent, la relation précédente devient :

$$rV = \pi,$$

d'où l'on déduit

$$r = \pi/F \quad (8)$$

Supposons enfin qu'on ait des fonctions d'utilité à la Ramsey (1928):

$$U(0) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(c_t) M_t dt \quad (9)$$

c_t représente la consommation par tête et M_t est la taille du ménage dont la préférence est étudiée. On supposera, pour simplifier les calculs, que la population est constante¹.

Le programme de maximisation s'écrit :

$$\text{Max} U_t = \int_t^{\infty} \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \quad (10)$$

$$\text{s.c. } \dot{b} = rb - c$$

σ désigne l'élasticité de substitution et b la quantité de titres à un instant donné. Le Hamiltonien de ce programme est :

$$H = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} + \lambda (rb - c) \quad (11)$$

Où λ est le prix implicite.

La résolution à partir des conditions de premier ordre donne une fonction d'Euler.

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{1}{\sigma} (r - \rho) \quad (12)$$

Sachant que le rendement d'un bien donné :

$$r = \frac{\pi}{f(N^{IDE})} = \frac{1}{f(N^{IDE})} (p_i q_i - \omega_i q_i - f(N^{IDE})) \quad (13)$$

¹la fonction d'utilité instantanée est donc $U(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$

En posant g le taux de croissance , il vient que

$$g = \frac{1}{\sigma} (r - \rho) \quad (14)$$

On trouve après quelques manipulations algébriques, que :

$$g = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{1}{f(NIDE)} \omega_i^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \langle AL^\alpha (1 - \alpha)^2 \rangle^{\frac{1}{\alpha}} - 1 - \rho \right] \quad (15)$$

Il s'en suit que s'il y a davantage d'IDE et donc de biens intermédiaires produits, le taux de croissance s'améliore. Par ailleurs, le stock de capital humain agit dans le même sens que l'augmentation des IDE.

4 Approche économétrique

Pour mesurer l'impact des flux d'IDE sur la croissance, cette étude adopte une approche en panel dynamique.

La spécification économétrique de départ est la suivante :

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \alpha_i + \mu y_{i,t-1} + \beta' x_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t} \quad (16)$$

Où $y_{i,t}$ est le logarithme du produit intérieur brut réel (base 1985) par tête. $x_{i,t}$ est le vecteur des déterminants de la croissance. α_i est l'effet spécifique du pays i et qui permet de saisir les autres déterminants non explicitement pris en compte dans le vecteur $x_{i,t}$. Cet effet spécifique peut être un effet fixe ou aléatoire. Caselli et Lefort (1996) ont montré que les modèles à effets fixes ou aléatoires utilisés dans de nombreux travaux empiriques conduisent à des résultats non convergents. La démarche que nous utilisons permet d'estimer la spécification sans se situer dans l'un de ces deux cas.

En réécrivant l'équation précédente sous la forme :

$$y_{it} = \alpha_i + \gamma y_{i,t-1} + \beta' x_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t} \quad (17)$$

Où $\gamma = \mu + 1$, ε_{it} et α_i sont supposés gaussiens et mutuellement indépendants.

Cette écriture permet de voir que les variables explicatives sont susceptibles d'être corrélées avec le terme d'erreur.

En effet, $y_{i,t}$ est fonction de $\varepsilon_{i,t}$ et $y_{i,t-1}$ l'est également. $y_{i,t-1}$ qui est une variable explicative se trouve corrélée avec le terme d'erreur. Ceci introduit un biais dans l'estimateur des moindres carrés ordinaires.² Même en posant l'hypothèse que les terme d'erreurs ε_{it} ne sont pas corrélés, cet estimateur est non convergent. Le biais sera d'autant plus important que la variance de l'effet individuel est élevée.

En éliminant l'effet individuel par une transformation "intra" ou "within", Nickell (1981) montre que l'estimateur LSDV (least square dummy variable) sera biaisé si la profondeur temporelle est faible.

En posant dans le cas simple d'un modèle à un retard, sans variable exogène,

$y_{i,t-1} - \bar{y}_i = \gamma (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1}) + (\varepsilon_{i,t} - \bar{\varepsilon}_{i,-1})$, $\bar{y}_{i,-1}$ est corrélé avec $\varepsilon_{i,-1}$ par construction.

La transformation within $y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1}$ est corrélée au résidu $\varepsilon_{i,t} - \bar{\varepsilon}_{i,-1}$. Selon Kiviet (1995), l'élimination de l'effet individuel cause un biais de l'ordre de $\theta (N^{-1}T^{3/2})$.

Dans le modèle à effet aléatoire, on regroupe l'effet spécifique α_i et le terme d'erreur ε_{it} et l'on utilise les moindres carrés généralisés pour l'estimation. Cette démarche pose néanmoins des problèmes similaires de corrélation entre la variable indépendante $y_{i,t-1} - \theta \bar{y}_i$ et le résidu $\bar{\varepsilon}_i$.

Pour surmonter l'endogénéité de certaines variables explicatives, une démarche simple consiste à instrumentaliser. Anderson et Hsiao (1991) proposent deux estimateurs asymptotiquement convergents lorsque $T \rightarrow \infty$ et $N \rightarrow \infty$.

Toutefois, ces estimateurs ne sont pas efficaces car ils ne prennent pas en compte toutes les restrictions sur la covariance entre les variables explicatives et le terme d'erreur. Arellano et Bond (1991) vont mettre au point des estimateurs efficaces construits à partir des instruments basés sur l'orthogonalité entre les valeurs retardées de la variable endogène et le terme d'erreur. Les conditions de moments sont :

²Pour des développements plus approfondis, se référer à l'annexe.

$$\begin{cases} E(y_{i,t-\tau}\Delta\varepsilon_{i,t}) = 0, \text{ pour } \tau \geq 2, t = 2, 3, \dots, T \\ E(X_{i,t-\tau}\Delta\varepsilon_{i,t}) = 0, \text{ pour } \tau \geq 2, t = 2, 3, \dots, T \end{cases} \quad (18)$$

Les variables en niveau décalées sont de bons instruments de l'équation en différence dans la mesure où elles sont corrélées avec les variables explicatives et ne le sont pas avec les termes d'erreurs. L'estimateur ainsi obtenu est appelé estimateur en différence. Néanmoins, cet estimateur a une faible précision et présente des biais importants dans les petits ensembles, conduisant à la nécessité de les compléter par des régressions sur les variables en niveau. Ceci conduit à l'estimateur système de la méthode des moments généralisés (GMM-SYS) de Arellano et Bover (1995). Cet estimateur combine les équations en différence et en niveau afin de réduire le biais rencontré dans les estimateurs en différence.

En posant l'hypothèse de stationnarité suivante on élimine la corrélation entre les différences premières des variables et les effets spécifiques :

$$\begin{cases} E(y_{i,t+p}\alpha_i) = E(y_{i,t+q}\alpha_i), \text{ pour tout } p, q \\ E(X_{i,t+p}\alpha_i) = E(X_{i,t+q}\alpha_i), \text{ pour tout } p, q \end{cases} \quad (19)$$

En outre, si l'on admet que ε_{it} puisse être non corrélé avec les effets individuels, nous devons disposer d'autres conditions de moment

D'où les conditions de moment supplémentaires :

$$\begin{cases} E[(y_{i,t-s} - y_{i,t-s-1})(\alpha_i + \varepsilon_{i,t})] = 0, \text{ pour } s = 1 \\ E[(X_{i,t-s} - X_{i,t-s-1})(\alpha_i + \varepsilon_{i,t})] = 0, \text{ pour } s = 1 \end{cases} \quad (20)$$

Notons enfin que nos estimateurs seront convergents si les termes d'erreurs ne sont pas corrélés à l'ordre deux, autrement dit :

$$E(\Delta\hat{\varepsilon}_{i,t}\Delta\hat{\varepsilon}_{i,t-2}) = 0 \quad (21)$$

Le test de restriction des moments ou de la validité des instruments est donc celui de l'autocorrélation d'ordre 2 des résidus. A cet effet, on définit la statistique :

$$m_2 = \frac{\Delta\hat{\varepsilon}_{-2}\Delta\hat{\varepsilon}_{i,t-2}}{\Delta\hat{\varepsilon}_{-1/2}} \xrightarrow{L} N(0, 1) \quad (22)$$

m_2 est défini lorsque $t \geq 2$ (4.7)

m_2 peut ne pas être rejeté si les résidus en niveau suivent une marche aléatoire. Pour éviter ce cas, il faut s'assurer que les résidus en différence ne sont pas corrélés d'ordre 1.

Dans notre étude, nous nous appuyerons sur le test de Sargan (1958)³

$$S = \Delta \hat{\varepsilon}' Z \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i' H_i Z_i \right]^{-1} Z' \Delta \hat{\varepsilon} \quad (23)$$

Sargan (1958, 1988) puis Hansen (1982) ont montré que $NS \xrightarrow{L} \chi_{p-k-1}^2$. p désigne le nombre de colonnes dans la matrice des instruments Z et k , le nombre de variables explicatives.

L'hypothèse nulle de ce test est que les instruments sont valides, c'est-à-dire non-corrélés avec les perturbations. Ainsi, une valeur élevée de la statistique ou une P-value faible conduit à rejeter l'hypothèse nulle.

5 Analyse des résultats

Notre étude porte sur un échantillon de 31 pays en Afrique au sud du Sahara sur la période 1986-2000. Les pays ont été divisés en deux groupes, les producteurs de pétrole et les non-producteurs. Les données utilisées sont issues du *World Bank Africa Database* (2002) et du *Global Development Finance* (2001).

La variable dépendante de nos régressions sera le Produit intérieur brut par tête (*PIB*) à prix constants (base 1985).

Nous avons retenu comme variables explicatives :

i) La dépense courante du gouvernement rapporté au PIB (*Cgov*) comme proxy de la taille de l'Etat. Le signe attendu est négatif. L'hypothèse sous-jacente est que plus la consommation courante de l'Etat est élevée, plus il devrait avoir besoin de ressources pour financer son déficit à venir. Face au risque de confiscation, les investissements seront moins importants et donc le revenu par tête reculerait.

ii) Le capital humain (*Human*) est approché par le taux brut de scolarisation primaire. Le signe de son coefficient devrait être positif. En effet, un stock de

³Voire les équations 37 et 38 de l'annexe pour la matrice de pondération et la forme particulière de H_i

capital humain plus élevé suppose une facilitation de la transmission des innovations technologiques, permettant l'augmentation de la productivité grâce à une utilisation plus efficiente des investissements et par conséquent, une amélioration de la croissance.

iii) Le degré d'ouverture mesuré par la somme des exportations et importations de biens et de services en pourcentage du PIB (*Ouv*). Le signe attendu est positif dans la mesure où une économie plus ouverte au commerce international et donc aux échanges peut justifier la délocalisation des investissements.

iv) L'investissement privé domestique est mesuré par la variation du stock de la formation brute de capital fixe déduction faite des investissements directs étrangers, pris en pourcentage du produit intérieur brut (*I*). Son signe devrait être évidemment positif.

v) La distorsion sur le marché de change est estimée par le logarithme de la prime de change augmenté de 1, $\log(1+P_{market})$. Le signe attendu est négatif. En effet, l'existence d'un taux de change parallèle est une distorsion pour les échanges internationaux, l'allocation des facteurs et pour la rentabilité future des investissements.

vi) L'investissement direct étranger (IDE) mesuré en pourcentage du PIB. Le signe de son coefficient devrait être positif.

vii) La variable pétrole est une variable dummy désignant les pays producteurs de pétrole brut.

Toutes les variables exogènes ci-dessus ont été intégrées dans la régression avec un retard d'une année.

Nous avons effectué des régressions également avec des variables auxiliaires comme les termes de l'échange, la taille de la dette publique pour approcher le degré de stabilité macroéconomique. Toutes ces variables se sont avérées non significatives et diminuaient significativement la qualité de la régression.

Aussi, nous n'avons retenu que les variables présentes dans le tableau 1. Ce tableau présente les résultats des différentes régressions effectuées. Nous avons procédé à 5 estimations, selon deux méthodes : la méthode des moments généralisés en différence (GMM) et les moments généralisés-système (GMM-SYS). La régression (1) porte sur l'ensemble des pays africains au sud du Sahara en introduisant une dummy pour les pays pétroliers et en utilisant la démarche de Arellano et Bover (1995). La régression (2) est similaire à la précédente mais elle ne contient pas de variable muette. La régression (3) utilise la méthode précédente et porte sur les pays de la Zone Franc⁴. Les colonnes (4) et (5) du tableau 1 reprennent les estimations (1) et (2) mais en utilisant la méthode de Arellano et Bond (1991).

⁴Le Niger et la Guinée Bissau ont été exclu par manque de données sur les flux d'IDE sur la période 1986-2000

Le tableau 1 montre que les méthodes des moments généralisés donnent des résultats de prime abord acceptable. Le test de Sargan permet d'affirmer que les instruments choisis sont valides. En outre, nous n'avons pas effectué des tests de dépendance ou de normalité pour les hypothèses faites sur les paramètres μ et γ , ainsi que les résidus ε_{it} . Néanmoins, cette omission n'altère pas globalement la qualité des résultats obtenus.

Pour toutes les estimations, l'IDE est fortement significatif et a le signe attendu. En effet, les résultats indiquent qu'il influe positivement sur la croissance et que son coefficient varie de 0,44 à 0,504, selon les spécifications et les méthodes d'estimation utilisées. Ce résultat indique que toute augmentation du ratio IDE/PIB se traduit, toute chose étant égale par ailleurs, l'année suivante, par une augmentation d'environ un demi point de pourcentage, du revenu par tête.

Tableau 1 : Estimations par la Mthode des Moments Gnralis (GMM)
Variable dpendante : revenu par tte (PIB)

	GMM-SYS			GMM	
	Ens. Echantillon	Zone Franc	Ens. Echantillon		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
PIB(-1)	0,093 [0,049]	0,111 [0,061]	0,107 [0,081]	0,105 [0,050]	0,142 [0,045]
Cgov(-1)	-0,117 [0,015]	-0,088 [0,085]	-0,117 [0,015]	-0,097 [0,045]	-0,096 [0,045]
Human(-1)	0,034 [0,076]	0,034 [0,076]	0,046 [0,064]	0,037 [0,056]	0,022 [0,095]
IDE(-1)	0,504 [0,049]	0,462 [0,000]	0,476 [0,081]	0,472 [0,000]	0,440 [0,000]
I(-1)	0,002 [0,90]	-0,008 [0,515]	0,104 [0,002]	-0,00 [0,96]	-1,06 [0,291]
Log(1+Pmarket) (-1)	-0,016 [0,000]	-0,022 [0,000]	-2,548 [0,385]	-0,016 [0,008]	-0,021 [0,000]
Ouv(-1)	0,001 [0,467]	0,012 [0,406]	0,0357 [0,091]	0,0133 [0,331]	0,012 [0,418]
Ptrole		-5,384 [0,000]		-5,895 [0,001]	-4,897 [0,000]
Constante	-1,713 [0,367]		1,182 [0,645]	-2,429 [0,196]	
Nbre obs.	351	351	351	351	351
Nbre de pays	31	31	13	31	31
Rcarr	0,676	0,693	0,472	0,676	0,693
Wald (joint) khi deux	606,0 [0,000]	360,6 [0,000]	1618,0 [0,000]	4734,4 [0,000]	372,6 [0,000]
Wald (dummy) khi deux	31,62		12,35	21,74	
Sargan	234,2 [0,132]	244,8 [0,186]	173,6 [0,996]	173,7 [0,132]	182,5 [0,058]
AR(1)	-0,925 [0,230]	-0,82 [0,412]	-1,687 [0,092]	-1,201 [0,230]	-1,404 [0,160]
AR(2)	-0,336 [0,728]	-0,263 [0,793]	-0,200 [0,841]	-0,347 [0,728]	-0,305 [0,761]

Le capital humain joue également un rôle positif et significatif au seuil de 10%. Toutefois, son impact est modéré et se situe autour de 0,03 pour l'ensemble des pays africains au Sud du Sahara. Cette faible amplitude peut s'expliquer en partie par le proxy utilisé ici comme mesure du capital humain à savoir le taux brut de scolarisation primaire.

Nous n'avons pu reprendre la régression avec d'autres variables proxy pour le capital humain par manque de données à la fois sur la période et l'échantillon étudiés.

Le coefficient de la valeur ajoutée du gouvernement a un signe négatif et est significatif.

Dans toutes les régressions sauf celles se limitant aux pays de la Zone Franc, le revenu par tête initial est significatif. Son signe est positif, traduisant le fait qu'il n'y a pas de convergence autrement dit que les pays ayant les revenus par tête les plus faibles ne créent pas de richesse à un rythme plus important. Ce résultat est à l'opposé de l'étude de Baillu (2000) qui porte sur 40 pays en développement entre 1975-95, d'Asie, d'Afrique et d'Amérique Latine. La très forte disparité dans les niveaux de développement de ces pays peut justifier que dans ce cas on trouve un effet de rattrapage des revenus par tête. Toutefois, compte tenu du relativement modeste de l'échantillon (13 pays) les résultats obtenus sur les pays de la Zone Franc sont moins robustes.

Comme Borensztein, De Gregorio et Lee (1995), nous introduisons la prime de change dans la régression pour estimer l'impact des distorsions sur le commerce et les flux de capitaux. En Afrique au sud du Sahara, l'existence d'un taux de change parallèle ou d'un système de change dual influe négativement sur la croissance.

Les régressions (1) et (3) montrent que les variables muettes pour les pays pétroliers sont significatifs et négatifs. Ainsi, bien que ces pays reçoivent en volume et en pourcentage du PIB beaucoup plus d'investissements directs étrangers, la croissance des revenus par tête y est moins rapide.

Nous nous sommes intéressés à dégager quelques résultats pour le cas spécifique des pays de la Zone Franc. Les résultats sont globalement en accord avec ceux trouvés pour l'ensemble des pays africains au sud du Sahara. Toutefois, la prime de change n'y est pas significative comme on pouvait s'y attendre dans la mesure le régime de change de cette zone stable et a été marqué par un ancrage constant au Franc Français et à l'euro faisant du Franc CFA. L'investissement est significatif au seuil de 1%. Ainsi, l'investissement direct étranger a dans cette région un impact positif sur l'investissement domestique et sont quatre fois plus productifs que ces derniers. Ce résultat est similaire à celui de Blomstrom et *alii* (1992). Enfin, le degré d'ouverture est significatif et son coefficient a le signe attendu.

6 Conclusion

Le présent article nous a permis de vérifier empiriquement sur les pays africains au sud du Sahara, l'impact positif des flux d'investissement directs étrangers au

travers des progrès techniques. Les IDE constituent un canal de transmission aux entreprises nationales des procédés technologiques, d'organisation dans la production. En effet, les firmes étrangères en stimulant la concurrence sur le marché local incite à l'amélioration des gains de productivité. Ceci se fait par le biais des nouvelles méthodes de production, de l'expertise nouvelles introduites et diffusées dans les domaines de la gestion et de la distribution. Cet effet de contagion peut s'étendre au-delà du secteur concerné par l'investissement direct dans la mesure où les biens au contenu technologique plus sophistiqué requiert notamment la fourniture de services locaux de qualité, reposant sur des normes plus élaborées.

L'impact des IDE sur la croissance est amplifiée par la disponibilité de l'économie en capital en capital humain. Le capital humain détermine le degré et la vitesse d'assimilation des techniques nouvelles introduites par l'investissement étranger. Ainsi, il faut un minimum de qualification de la main d'oeuvre pour faciliter attirer l'investissement direct étranger et faciliter le transfert technologique.

Une autre implication du point de vue de la politique économique est que l'ouverture commerciale et une politique de change ordonnée sont des facteurs stimulant la croissance par un effet direct sur la croissance et aussi en créant les condition pour attirer plus d'investissements directs étrangers.

References

- [1] Agosin M., R. Mayer [2000] : "Foreign Investment in Developing Countries : does it crowd in Domestic Investment ?", *UNCTAD Discussion Papers*, (2), N° 146.
- [2] Anderson, T. W., C. Hsiao [1981] : "Estimation of dynamic models with error components ", *Journal of the American statistical Association*, 76, 309-321.
- [3] Aitken B., A. Harrison [1994] : Are there spillovers from Foreign Direct Investment ? Evidence from panel data for Venezuela, Mimeo, Boston, MIT.
- [4] Arellano M., S.R. Bond [1991] : "Some test of specification for panel data : Monte Carlo evidence and application to employment equations", *Review of Economic Studies* 58, 277-297.
- [5] Arellano M., O. Bover [1995] : "Another look at the instrumental variable : Estimation of error component models", *Journal of Econometrics* 68 (1) : 39-52.

- [6] Baltagi B.H. [1995] : *Econometric of analysis of panel data*, John Wiley and Sons, New York
- [7] Baillu J. [2000] : Private capital flows, financial development and Economic growth in developing countries, *Bank of Canada, Working Paper*, 2000-15.
- [8] Balasubramanyan V. N., M. Salisu, D. Sapsford [1996] : “Foreign Direct Investment and EP countries and IP countries”, *The Economic Journal*, 106, pp. 92-105.
- [9] Barro R., Sala-i-Martin [1997] : “Technological diffusion, convergence and Growth”, *Journal of Economic Growth*, 2 (6),1-26.
- [10] Benhabib J., M. Spiegel [1992] : “The role of human capital in Economic Development : Evidence from Aggregate cross-country data”, *Journal of Monetary Economics*, 34 (10), pp. 143-113.
- [11] Bhattacharya A., P.J. Montiel, S. Sharma [1997] : “Private Capital Flows to Sub-Saharan Africa: An overview of Trends and Determinants”, From External Finance For low-Income Countries, *Editors: Zubai Iqbal and Ravi Kanbur, Wahington, D.C: IMF institute.*
- [12] Blomstrom M., R. Lipsey, M. Zejan [1992] : “What explains Developing Country Growth”, *National Bureau of Economic Research, Working Papers* N° 4132.
- [13] Borensztein D., J. De Gregorio, J.-W. Lee [1998] : “How does foreign direct investment affect Economic Growth ?” *Journal of International Economics*, 45, pp.115-135.
- [14] Bosworth B., S. Collins [1999] : “Capital flows to developing Economics : Implications for saving and investment”, *Brookings Papers on Economic Activity* : 0 (1), pp. 279-293.
- [15] Caselli F., G. F. Lefort [1996] : “Reopening the Convergence Debate : Esquié G., A new look at cross country growth empirics”, *Journal of Economic Growth*, 1 (3), pp. 363-389.
- [16] De Gregorio J. [1992] : Economic “Growth in latin America”, *Journal of Development Economics*, 39, pp. 59-83.
- [17] De Mello L. [1999] : “Foreign Direct Investment led growth : evidence from times series and panel data”, *Oxford Economic Papers*, 51, pp. 133 - 151.
- [18] Findlay R. [1978] : “Relative Backwardness, Direct Foreign Investment and the transfer : a simple dynamic model”, *Quarterly Journal of Economics*, 92 (2), pp. 1-16.

- [19] Grossman G., E. Helpman [1989] : “Comparative advantages and long run growth”, *NBER, Working Paper*, N°2809.
- [20] Hansen L.P. [1982]: Large sample properties of generalised method of moment estimators, *Econometrica*, 50,1029-1054.
- [21] Kiviet J. F. [1995] : “On bias, inconsistency and efficiency of some estimations in dynamic panel data models”, *Journal of Econometrics*, 68, 53-78.
- [22] Koizumi T., K. J. Kopecky [1977] : “Economic growth, Capital Movements and the international transfer of Technical Knowledge”, *Journal of International Economics*, 7, 45-65.
- [23] Krugman P. R. [1979]: “A model of innovation, technology transfer and the world distribution of income”, *Journal of Political Economy*, 87, 253-63.
- [24] Krugman P. R., E.-G. Lim [1998] : “Firesale FDI”, *MIT, Working Paper*.
- [25] Nelson R., E. Phelps [1996] : “Investment in Human, Technological Diffusion and Economic Growth”, *American Economic Review : papers and proceedings*, 61 (5), pp. 65-75.
- [26] Nickell, S. [1981] : “Biases in dynamic models with fixed effects”, *Econometrica*, 49 (6), 1417-26.
- [27] Rivera-Batiz L., P. M. Romer [1991] : “Economic integration and Endogenous Growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 531-556.
- [28] Romer P. [1986] : “Increasing returns and long run growth”, *Journal of Political Economy*, 94, pp. 1002-1037.
- [29] Romer P. [1990] : “Endogenous technological change”, *Journal of Political Economy*, 98, Part II, S71-S102.
- [30] Sargan J. D. [1958] : “The estimation of economic relationships using instrumental variables”, *Econometrica*, 26, pp. 393-415.
- [31] Sargan J. D. [1988] : “Testing for misspecification after using Instrumental variables”,in: E. Maasoumi (ed.), *Contributions to Econometrics*, John Denis Sargan, Volume I Cambridge University Press.
- [32] Sjolholm [1994] : “Technology gap, competition and spillovers from Direct Foreign Investment : Evidence from establishing data”, *Journal of Development Studies*, Vol. 36, pp. 53-73.
- [33] Solow R. [1956] : “A contribution to the theory of Economic Growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1), pp. 65-94.

7 Annexes

Le modèle de panel dynamique se note :

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \beta' x_{i,t} + \alpha_i + v_{i,t} \quad i = 1, \dots, N \quad \text{et } t = 1, \dots, T \quad (24)$$

Pour ce modèle, les transformations within, et des moindres carrés conduisent à des estimateurs biaisés et non convergents.

7.1 Considérons le cas de l'estimateur moindres carrés ordinaires, et utilisons la spécification simple suivante :

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \alpha_i + v_{i,t} \quad (25)$$

En posant, $|\gamma| < 1$ et que $y_{i,t}$ est faiblement stationnaire

$$\hat{\gamma} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{i,t} y_{i,t-1}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{i,t-1}^2} = \gamma + \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (\alpha_i + v_{i,t}) y_{i,t-1}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{i,t-1}^2} \quad (26)$$

$\hat{\gamma}$ est convergent si $p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (\alpha_i + v_{i,t}) y_{i,t-1} = 0$

$$\begin{aligned} p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (\alpha_i + v_{i,t}) y_{i,t-1} &= \frac{1}{T} \frac{1 - \gamma^{2T}}{1 - \gamma} \text{cov}(y_{i0}, \alpha_i) + \\ &+ \frac{\sigma_\alpha}{T(1 - \gamma)^2} [(T - 1) - T\gamma + \gamma^T] \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned}
p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{i,t-1}^2 &= \frac{1}{T} \frac{1 - \gamma^{2T}}{1 - \gamma} \frac{\sum_{i=1}^N y_{i,0}^2}{N} + \frac{\sigma_\alpha^2}{(1 - \gamma)^2} \frac{1}{T} \left[T - 2 \frac{1 - \gamma^T}{1 - \gamma} + \frac{1 - \gamma^{2T}}{1 - \gamma^2} \right] \\
&+ \frac{2}{T(1 - \gamma)} \left[\frac{1 - \gamma^T}{1 - \gamma} - \frac{1 - \gamma^{2T}}{1 - \gamma^2} \right] cov(y_{i_0, \alpha_i}) + \\
&+ \frac{\sigma_\alpha^2}{T(1 - \gamma^2)^2} [(T - 1) - T\gamma^2 + \gamma^{2T}]
\end{aligned}$$

Le biais est positif et augmente avec la variance de l'effet spécifique.

7.2 Considérons ensuite la transformation within

$$y_{it} - \bar{y}_i = \gamma(y_{i,t-1} - \bar{y}_{i-1}) + (v_{i,t} - \bar{v}_i) \quad (27)$$

avec :

$$\begin{cases} E(v_{i,t}v_{i,s}) = 0 \text{ si } i = j \text{ et } t = s \\ E(v_{i,t}v_{i,s}) \neq 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad (28)$$

en posant comme dans Baltagi (1995) :

$$\bar{y}_{i-1} = \frac{\sum y_{i,t-1}}{T-1}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma} &= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{i,t} - \bar{y}_i) (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i-1})}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i-1})^2} \\
&= \gamma + \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i-1}) (v_{i,t} - \bar{v}_i) / NT}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i-1})^2 / NT}
\end{aligned}$$

Le numérateur est convergent lorsque le second terme converge vers 0.

Le numérateur du second terme :

$$p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left(y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1} \right) \left(v_{i,t} - \bar{v}_i \right) = \frac{-\sigma_v^2 (T-1) - T\gamma + \gamma^T}{T^2 (1-\gamma)^2}$$

et le dénominateur

$$p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left(y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1} \right)^2 = \frac{-\sigma_v^2}{1-\gamma^2} \left(1 - \frac{1}{T} \frac{2\gamma (T-1) - T\gamma + \gamma^T}{(1-\gamma)^2} \right)$$

L'estimateur LSDV est convergent si T tend vers l'infini. Si T est fixe, quelque soit N , LSDV est non convergent.

7.3 L'estimateur Anderson et Hsiao (1981)

Anderson et Hsiao proposent pour la transformation suivante, d'utiliser deux instruments

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \gamma (y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (v_{i,t} - v_{i,t-1}) \quad (29)$$

$$\hat{\gamma}_{IV}(1) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=3}^T (y_{i,t} - y_{i,t-1}) (y_{i,t-2} - y_{i,t-3})}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=3}^T (y_{i,t} - y_{i,t-2}) (y_{i,t-2} - y_{i,t-3})} \quad (30)$$

et

$$\hat{\gamma}_{IV}(2) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T (y_{i,t} - y_{i,t-1}) y_{i,t-2}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T (y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) y_{i,t-2}} \quad (31)$$

Les deux estimateurs sont convergents lorsque N et T tendent vers l'infini.

7.4 Arellano et Bond (1991)

La démarche d'Arellano et Bond consiste à estimer à l'aide de la méthode des moments généralisés, le modèle en différence :

$$\Delta y_{i,t} = \sum_{k=1}^p \alpha_k \Delta y_{i,(t-k)} + \beta'(L)x_{i,t} + \Delta \epsilon_{i,t} \quad (32)$$

En utilisant les instruments, $y_{i,t-2}, y_{i,t-3}, y_{i,t-4}, \dots, y_{i,t-T}, \Delta X_t$

Les conditions de moments sont données par :

$$\begin{cases} E(y_{i,t-\tau} \Delta \epsilon_{i,t}) = 0 \text{-pour } \tau \geq 2, t = 2, 3, \dots, T \\ E(X_{i,t-\tau} \Delta \epsilon_{i,t}) = 0 \text{-pour } \tau \geq 2, t = 2, 3, \dots, T \end{cases} \quad (33)$$

La matrice des instruments

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{i,p} & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & Z_{i,p+1} & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ \Delta X_{i,p+2} & \Delta X_{i,p+3} & & & & & \Delta X_{i,T} \end{pmatrix}$$

avec :

$$Z_{i,p} = (y_{i,t}, y_{i,t-1}, \dots)$$

L'équation (a) peut être réécrite sous la forme compacte suivante, pour chaque individu :

$$y_i = W_i \gamma + i_i \alpha_i + \epsilon_i \quad (34)$$

où i désigne le vecteur unité.

Wi est la matrice comprenant les variables endogènes retardées et les Xit. L'estimateur GMM se note

$$\hat{\gamma} = \left[\left(\sum_i W_i^* Z_i \right) \Xi_N \left(\sum_i Z_i' W_i^* \right) \right]^{-1} \left(\sum_i W_i^{*'} Z_i \right) \Xi \left(\sum_i Z_i' y_i^* \right) \quad (35)$$

ou sous forme vectorielle

$$\hat{\gamma} = [(W^*) Z (Z'(I_N \otimes H) Z)^{-1} ZW^*]^{-1} [(W^* Z (z'(I_N \otimes H) Z)^{-1} Zy^*)] \quad (36)$$

W^* est une transformation et Ξ_N est la matrice de pondération du moment généralisé

$$\Xi_N = \frac{1}{N} (Z' H_i Z_i) = Z' (I_N \otimes H) Z \quad (37)$$

On a deux approches pour estimer la matrice de pondération Ξ_N .

Sous l'hypothèse standard des erreurs on utilisera :

$$H_i = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & & & \\ 0 & & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ \cdot & & & & & & 0 \\ 0 & & & & & & 2 \end{pmatrix}$$

Si en revanche les erreurs sont hétéroscédastiques, alors

$$H_i = \Delta \hat{\varepsilon}_i \Delta \hat{\varepsilon}_i' \quad (38)$$