

BEAC

Banque des Etats de
l'Afrique Centrale



BEAC Working Paper

- BWP N° 04/15 -

Etude des propriétés de long terme de l'inflation dans les pays de la CEMAC : Une approche ARFIMA

FOSSOUO KAMGA Armand L.

Ingénieur statisticien - Economiste

Direction de la Recherche

fossouo@beac.int

BANQUE DES ETATS DE
L'AFRIQUE CENTRALE

736, Avenue Monseigneur
Vogt BP:1917 Yaoundé
Cameroun

Tel : (237) 22234030 /
22234060

Fax : (237) 22233329

www.beac.int

Les opinions émises dans ce document de travail sont propres à leur (s) auteur (s) et ne représentent pas nécessairement la position de la Banque des Etats de l'Afrique Centrale.

The opinions expressed in this working paper are those of the author (s) and don't necessarily represent the views of the Central Bank of Central Africa States.

Etude des propriétés de long terme de l'inflation dans les pays de la CEMAC: Une approche ARFIMA

Armand Leroy FOSSOUO KAMGA*

Mars 2015

Résumé

Le but de ce papier est d'analyser les propriétés de long terme de l'inflation dans les pays de la CEMAC via une approche ARFIMA. Partant des données mensuelles sur l'indice des prix à la consommation (IPC) des ménages de ces pays, nous avons constaté que le taux d'inflation dans chacun de ces pays est caractérisé par un paramètre d'intégration fractionnaire significatif. Sur la base des observations faites, de la méthodologie utilisée et des résultats obtenus, nous pouvons affirmer que, si le taux d'inflation en glissement annuel est proche de 3%, à la suite d'un choc exogène non anticipé sur les prix, les effets se dissiperaient lentement et ne s'annuleraient qu'après un horizon de 15 mois en moyenne. Ainsi, toutes mesures de politique monétaire palliatives visant à ramener l'inflation à sa cible devraient en tenir compte, en considérant un horizon temporel cible réaliste.

Mots clés: Modèle auto-régressif fractionnairement intégré à moyenne mobile, taux d'inflation, processus à mémoire longue, intégration fractionnaire.

Classification JEL: C12,C22,C51,C52,E31.

*Direction de la Recherche, BEAC-Siège. L'auteur remercie tous ceux qui, par leurs observations, auront permis de rehausser la qualité de ce papier. Bien entendu, les éventuelles erreurs demeurent le seul fait de l'auteur. Il reste également disponible à toutes sollicitations éventuelles des codes tex / R qui ont permis l'implémentation de ce papier.

Sommaire

Résumé non-technique	3
Introduction	4
1 Revue de littérature	5
2 Description des données et de l'approche économétrique	6
2.1 Quelques tests préliminaires sur les données	7
2.1.1 Test de racine unitaire de Dickey-Fuller Augmenté	7
2.1.2 Test de racine unitaire de KPSS	8
2.2 Le processus à mémoire longue	8
2.2.1 Définition 1 (Domaine temporel)	8
2.2.2 Source de la mémoire longue	9
2.3 Le processus ARFIMA(p,d,q) et Estimation	9
2.3.1 Définition du processus ARFIMA(p,d,q).	9
2.3.2 Méthode d'estimation des processus ARFIMA	11
3 Résultats	13
3.1 Estimation ARFIMA(p,d,q) du taux d'inflation des pays de la CEMAC	13
3.2 Interprétation des résultats.	13
Conclusion	15
Références bibliographiques	16
Annexes	18

Résumé non-technique

Conformément à l'article premier de ses Statuts, l'objectif final de la politique monétaire de la BEAC est de garantir la stabilité monétaire. Pour la BEAC, dont la monnaie est rattachée à l'Euro par une parité fixe, l'objectif de stabilité monétaire, statutairement, signifie un taux d'inflation faible (moins de 3%) et un taux de couverture de la monnaie suffisant (le seuil minimal est de 20%). L'étude des propriétés statistiques de l'inflation revêt donc un intérêt particulier, dans la mesure où cette variable est au centre de l'objectif final au plan interne de la politique monétaire de l'Institut d'Emission.

Ce papier examine la question relative à la possibilité d'existence d'une mémoire longue dans les différentes séries du taux d'inflation en glissement annuel des pays de la CEMAC, aux fins d'en identifier le processus générateur et les propriétés statistiques. La persistance ou la significativité du degré d'intégration fractionnaire du taux d'inflation peut avoir une incidence majeure sur les mesures de politique monétaire. Cette étude établit que si la valeur fondamentale du taux d'inflation est proche de 3%, à la suite d'un choc unitaire sur celui-ci, les effets se dissiperaient lentement et ne s'annuleraient qu'après un horizon temporel de 15 mois en moyenne. Ce résultat converge avec celui obtenu par les travaux de Bernanke et Gertler en 1995, sur le rôle du canal du crédit bancaire dans la transmission de la politique monétaire de la FED aux Etats-Unis. Ainsi, toutes mesures de politique monétaire palliatives (utilisant des instruments de politique monétaire visant à absorber le choc inflationniste) à court terme devraient en tenir compte, en considérant un horizon temporel cible réaliste. Concrètement, en cas de choc inflationniste dans la CEMAC, l'Autorité monétaire devrait tenir compte de ce comportement inertiel pour le choix approprié de l'instrument de politique monétaire qui convient. Cette inertie de l'inflation observée dans les pays de la Zone CEMAC pourrait s'expliquer par les délais de transmission de la politique monétaire (canaux du taux d'intérêt, du coût du crédit, etc.) de la sphère monétaire à la sphère réelle.

Les résultats de cette étude permettront de se rassurer sur les propriétés statistiques de l'inflation dans ces pays via l'identification du processus stochastique qui la génère, pour la mise en place à terme d'un modèle de prévision de l'inflation efficace. De plus, elle pourra constituer une base de travail pour les travaux de recherche utilisant cet agrégat dans une approche causale multivariée (VAR), qui mettront en exergue les principales causes de la persistance dans l'inflation des pays de la CEMAC.

Introduction

Phénomène de hausse cumulative et auto entretenue du niveau général des prix selon Goux (1998), l'inflation est l'une des principales variables suivies par les banques centrales, dont la BEAC. En effet, conformément à l'article premier de ses Statuts, l'objectif final de la politique monétaire de la BEAC est de garantir la stabilité monétaire. Pour la BEAC, dont la monnaie est rattachée à l'Euro par une parité fixe, l'objectif de stabilité monétaire, statutairement, signifie un taux d'inflation faible (moins de 3%) et un taux de couverture de la monnaie suffisant (le seuil minimal est de 20%). L'étude des propriétés statistiques de l'inflation revêt donc un intérêt particulier, dans la mesure où cette variable est au centre de l'objectif final au plan interne de la politique monétaire de l'Institut d'Emission.

L'une des questions importantes est de savoir comment les prix réagissent à la suite d'un choc exogène non anticipé. Plusieurs études (voir Nelson et Schwert (1977), Barsky (1987), Ball and Cecchetti (1990), et Kim (1993)) ont mis en évidence l'existence d'une racine unitaire dans la série des indices des prix aux Etats Unis, par conséquent, un choc unitaire sur la série aura des effets permanents. D'autres études ont montré que la mémoire longue caractérisait la dynamique de plusieurs séries économiques, y compris le taux d'inflation (voir Backus et Zin, 1993, pour le cas de l'inflation aux USA, Hassler (1993), et Delgado et Robinson (1994), pour les cas respectifs de la Suisse et de l'Espagne).

Ce papier examine la question relative à la possibilité d'existence d'une mémoire longue dans les différentes séries du taux d'inflation en glissement annuel des pays de la CEMAC, à l'exception de la Guinée Equatoriale¹, aux fins d'en identifier le processus générateur et les propriétés statistiques. Considérant les séries mensuelles des indices des prix à la consommation des ménages de ces pays, nous constatons que l'application du test de racine unitaire standard (ADF) d'une part, et le test de Kwiatkowski et al. (KPSS) d'autre part, conduisent respectivement au rejet des hypothèses nulles $I(1)$ et $I(0)$ pour le Cameroun et le Gabon, tandis que pour les autres pays, seul le cas $I(0)$ est retenu pour les deux méthodes de test. Après l'application de la technique du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle pour l'estimation du modèle ARFIMA, il ressort que tous les cinq (5) pays présentent un taux d'inflation à paramètre d'intégration fractionnaire significatif.

La persistance ou la significativité du degré d'intégration fractionnaire du taux d'inflation peut avoir une incidence majeure sur les mesures de politique monétaire en ce sens que si la valeur fondamentale du taux d'inflation est proche de 3%, à la suite d'un choc unitaire sur celui-ci, les effets se dissiperaient lentement et ne s'annuleraient qu'après un horizon relativement long de 15 mois en moyenne. Ainsi, toute action de politique monétaire correctrice devra tenir compte de cette inertie dans la dynamique de l'inflation des pays de la CEMAC.

La suite de ce papier est structurée en quatre principales sections. La première est une revue de littérature théorique et empirique autour du thème abordé, les deuxième et troisième sections présentent respectivement l'approche économétrique et les principaux résultats obtenus. La dernière section conclut.

¹La Guinée Equatoriale ne fait pas partie de notre échantillon de pays, car ne disposant pas d'une série du taux d'inflation suffisamment longue pour les analyses statistiques.

1 Revue de littérature

La question concernant la persistance des chocs occupe une place centrale en macroéconomie. Les travaux portant sur les séries de prix font généralement ressortir la présence d'une structure de dépendance de long terme.

Le premier processus à mémoire longue est le mouvement brownien fractionnaire développé par Mandelbrot et Van Ness (1968). Ce processus est caractérisé par un paramètre appelé exposant de Hurst, noté H , permettant de classer les séries temporelles en fonction de leur structure de dépendance (mémoire courte ou nulle, mémoire longue positive (persistance) et anti-persistance) et donc fournit une mesure de l'intensité de la dépendance de long terme. Les séries économiques étant typiquement en temps discret, Mandelbrot et Wallis (1969) ont défini un analogue en temps discret du mouvement brownien fractionnaire en temps continu, appelé bruit gaussien fractionnaire. Tout comme le mouvement brownien fractionnaire, ce processus exhibe également le phénomène de persistance.

L'étude de Baillie (1996) montre ainsi que la série de l'indice des prix du blé de Beveridge est caractérisée par une mémoire longue dans la mesure où une telle série est non stationnaire en niveau alors qu'elle apparaît surdifférenciée en différence première. Cet aspect est par ailleurs confirmé par l'estimation des processus ARFIMA caractérisés par un paramètre d'intégration fractionnaire significatif et proche de $\frac{1}{2}$.

Baillie, Chung et Tieslau (1996) étudient quant à eux diverses séries mensuelles d'indices des prix à la consommation et montrent que les processus ARFIMA semblent bien saisir l'évolution de ces séries. Notons en outre que ces mêmes auteurs ont estimé des processus ARFIMA avec erreurs GARCH pour les séries de taux d'inflation et ont mis en avant l'existence d'un paramètre d'intégration fractionnaire significatif pour tous les pays du G7 à l'exception du Japon.

Les études réalisées par Tieslau (1992), Delgado et Robinson (1994) et Hassler et Wolters (1995) font également ressortir ce phénomène de mémoire longue dans diverses séries du taux d'inflation. Signalons en outre qu'une telle conclusion est validée par Bos, Franses et Ooms (1998) sur les séries du taux d'inflation des pays du G7.

L'étude de Baum, Barkoulas et Caglayan (1997) met en avant un phénomène de persistance dans les séries de taux d'inflation à la fois des pays industrialisés et des pays en développement. Ils confirment par ailleurs ce résultat sur diverses séries d'indices des prix de gros par le biais d'estimations de processus ARFIMA.

Les économistes (néo) classiques considèrent que la politique monétaire doit avoir la stabilité des prix comme seul objectif. Pour eux, la monnaie est neutre à long terme sur la production et l'emploi et n'agit que sur les prix. Irving Fisher montre, avec la théorie quantitative de la monnaie, que le niveau général des prix est déterminé par la masse monétaire et donc que l'inflation est due à une création monétaire excessive : une augmentation de la quantité de la monnaie en circulation entraîne une augmentation des prix (avec le plein-emploi et la stabilité de la vitesse de la circulation de la monnaie).

Milton Friedman (chef de file des monétaristes) a déclaré à ce sujet que "l'inflation est toujours et partout un phénomène monétaire", au sens où il existe une relation de causalité de la monnaie vers l'inflation. Pour lui, l'objectif de toute politique monétaire est la stabilité des prix (empêcher l'inflation). L'inflation a pour cause l'accroissement anormal de la quantité de la

monnaie en circulation.

Par ailleurs, pour les keynésiens, la monnaie n'est pas neutre et a des incidents sur la production et l'emploi. Des taux d'intérêt faibles favorisent l'investissement et donc la production. Selon Keynes, tant qu'il existe du chômage, l'emploi varie proportionnellement à la quantité de la monnaie, lorsque l'économie connaît le plein emploi, les prix varient proportionnellement à la quantité de la monnaie.

2 Description des données et de l'approche économétrique

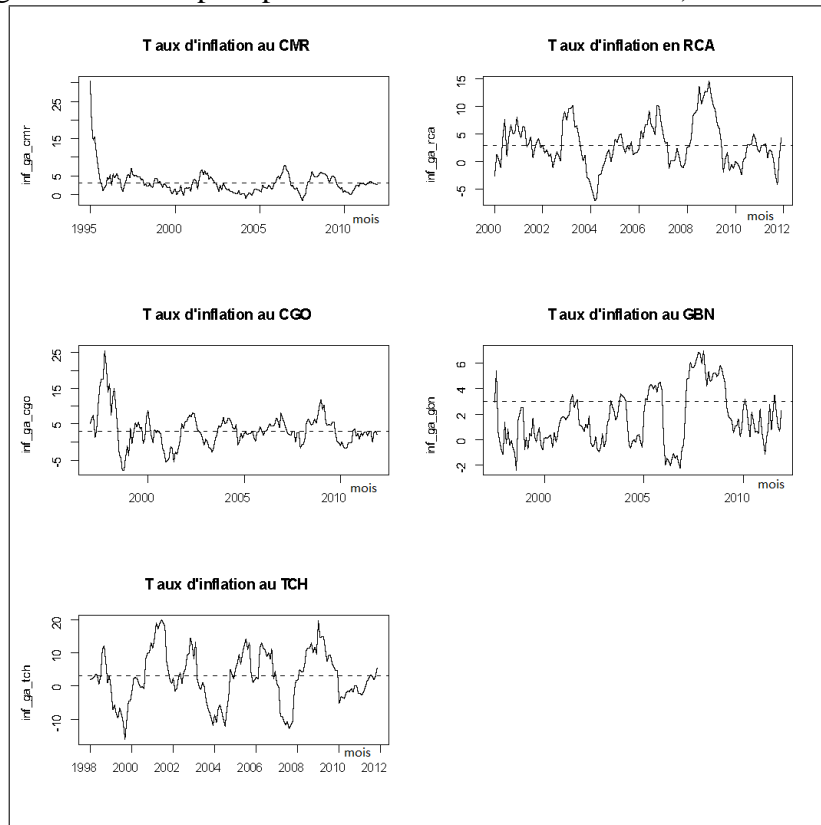
Dans cette étude, nous considérons des données sur l'inflation en glissement annuel obtenus à partir de l'indice des prix à la consommation des pays de la CEMAC à l'exception de la Guinée Equatoriale qui ne disposait cependant pas d'une série suffisamment longue pour les analyses statistiques. Pour un mois donné, c'est l'évolution entre l'indice de ce mois et celui du même mois de l'année précédente. Ces données proviennent de la Direction des Etudes et de la Stabilité Financière de la BEAC. Les profondeurs temporelles de ces données sont les suivantes:

- de janvier 1995 à décembre 2011, pour le Cameroun, soit 204 observations;
- de janvier 2000 à décembre 2011, pour la République Centrafricaine, soit 144 observations;
- de janvier 1997 à décembre 2011, pour le Congo, soit 180 observations;
- de juillet 1997 à décembre 2011 pour le Gabon, soit 174 observations;
- de janvier 1998 à novembre 2011 pour le Tchad, soit 167 observations.

L'évolution du taux d'inflation en glissement annuel dans les différents pays est donnée dans la figure 2.1 ci-dessous.

L'implémentation des différents modèles économétriques s'est faite à l'aide du logiciel **R** et de ses bibliothèques **afmtools** et **fracdiff** (spécialisées de la modélisation ARFIMA).

Figure 2.1: Dynamique du taux d'inflation en glissement annuel dans cinq (5) pays de la CEMAC (la ligne en interrompu représente le seuil statutaire de 3%)



2.1 Quelques tests préliminaires sur les données

2.1.1 Test de racine unitaire de Dickey-Fuller Augmenté

Pays	DF statistic	C.value(5%)
Cameroun	-6.12	-2.88
Centrafrique	-3.11	-2.88
Congo	-3.70	-2.88
Gabon	-3.55	-2.88
Tchad	-2.73	-1.95

Table 2.1: Résultats du test de Dickey-Fuller sur le taux d'inflation des cinq (5) pays de la CEMAC

La table 2.1 nous montre que le taux d'inflation de tous les cinq (5) pays est stationnaire au sens de Dickey-Fuller. En effet, la statistique de test de Dickey-Fuller étant inférieure aux différentes valeurs critiques.

Pays	KPSS statistic	C.value(5%)
Cameroun	0.55	0.46
Centrafrique	0.09	0.46
Congo	0.18	0.46
Gabon	0.58	0.46
Tchad	0.06	0.46

Table 2.2: Résultats du test de KPSS sur le taux d'inflation de cinq (5) pays de la CEMAC

2.1.2 Test de racine unitaire de KPSS

La table 2.2 nous montre que les taux d'inflation de tous les pays sont stationnaires au sens de KPSS à l'exception de ceux du Cameroun et du Gabon.

2.2 Le processus à mémoire longue

Les premiers processus à mémoire longue (persistance) ont été développés dans le but de formaliser mathématiquement la loi empirique découverte par Hurst (1951) sur diverses séries hydrologiques. Les modèles traditionnellement retenus en hydrologie supposaient que les niveaux d'eau successifs d'une rivière étaient indépendants au cours du temps, ou n'étaient que faiblement dépendants. On parle alors de mémoire nulle (indépendance totale) ou mémoire courte (faible dépendance entre les observations). L'exemple le plus connu de processus à mémoire courte est fourni par les modèles ARMA. Ces derniers sont caractérisés par une fonction d'auto-corrélation décroissant géométriquement lorsque le retard augmente et par une densité spectrale finie et positive lorsque la fréquence tend vers zéro. Hurst va rejeter de tels modèles en montrant qu'ils sous-estiment très largement la complexité des fluctuations hydrologiques. La loi empirique de Hurst est issue de la détermination de la capacité idéale d'un réservoir d'eau. En divisant la capacité du réservoir par l'écart-type de T décharges successives d'un fleuve, Hurst trouve que ce rapport est proportionnel à T^H , où H est une constante, appelée exposant de Hurst, comprise entre 0 et 1. Si les niveaux d'eau de la rivière étaient indépendants, Hurst aurait dû trouver que ce rapport se comportait comme $T^{1/2}$. Le fait que le rapport entre la capacité et l'écart-type soit proportionnel à T^H est connu sous le nom de "loi de Hurst" ou "loi T^H ". La signification de cette découverte empirique réside dans le fait que la série des niveaux d'eau du fleuve n'est pas indépendante, n'est pas non plus faiblement dépendante, mais est fortement dépendante. On dira alors que cette série comporte une mémoire de long terme : les conséquences d'un choc sur la série considérée vont se répercuter sur un nombre très important de valeurs futures et le choc affectera donc le comportement de long terme de la série. Cette découverte empirique est à la base des divers processus à mémoire longue développés par la suite.

2.2.1 Définition 1 (Domaine temporel)

Un processus stationnaire X_t est un processus à mémoire longue s'il existe un nombre réel α , $0 < \alpha < 1$, et une constante c , $c > 0$, vérifiant:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\rho_k}{ck^{-\alpha}} = 1 \quad (2.1)$$

où ρ est la fonction d'autocorrélation et k le retard.

Par conséquent, les autocorrélations d'un processus à mémoire longue vérifient la relation asymptotique suivante: $\rho_k \sim ck^{-\alpha}$ quand $k \rightarrow \infty$. Les autocorrélations ρ_k décroissent lentement, c'est à dire à un taux hyperbolique. Ce décroissement hyperbolique des autocorrélations est à opposer au décroissement exponentiel des autocorrélations d'un processus ARMA: $\rho_k \leq ca^k$, où c est une constante positive et $0 < a < 1$. En d'autres termes, la fonction d'autocorrélation d'un processus ARMA est géométriquement bornée.

2.2.2 Source de la mémoire longue

Gouriéroux (1999) montre que l'agrégation temporelle des séries économiques a un impact sur la structure de dépendance de celles-ci. Granger (1980) a en outre montré que l'agrégation de processus à mémoire courte, tels que des processus AR(1), pouvait mener à un processus à mémoire longue. L'illustration de cette affirmation est donnée en annexe via des simulations à l'aide du logiciel **R**. Par ailleurs, d'autres sources potentielles de la présence de la mémoire longue dans les séries de taux d'inflation des pays de la CEMAC peuvent être:

- une série de chocs influençant l'inflation dans la même direction;
- la rigidité dans le processus de formation des prix des entreprises, due par exemple à (i) l'existence de contrat entre celles-ci et leurs clients; (ii) fait que certaines entreprises ont peu d'incitants à modifier leurs prix car leur courbe des coûts marginaux est relativement plate, c'est-à-dire que leur coût marginal et donc leur prix varient peu ou pas du tout en fonction des quantités produites et (iii) fait que les entreprises ne souhaitent pas être les premières à changer leurs prix et préfèrent attendre la décision de leurs concurrents;
- les anticipations des agents économiques.

2.3 Le processus ARFIMA(p,d,q) et Estimation

2.3.1 Définition du processus ARFIMA(p,d,q).

Les processus ARFIMA constituent une généralisation des processus ARIMA standards dans lesquels l'exposant de différenciation d était un entier. Le cas d'un paramètre de différenciation non entier est important en termes de mémoire longue. Dans un processus ARMA(p,q), $d = 0$, traduisant le fait que la série ne comporte qu'une mémoire courte. Pour les processus ARIMA{p,d,q}, d est souvent égal à 1, ce qui correspond au cas de mémoire infinie. Par conséquent, le cas intermédiaire de mémoire longue, i.e. d fractionnaire, n'est pas pris en compte par les modèles classiques de séries temporelles. La classe des processus ARFIMA peut être utilisée pour modéliser une dépendance qui est plus forte que celle permise par les processus ARMA et plus faible que celle induite par les ARIMA.

Un processus ARFIMA(p, d, q) s'écrit: $\Phi_p(L)(1 - L)^d X_t = \Psi_q(L)\epsilon_t$ où ϵ_t est un bruit blanc gaussien $BB(0, \sigma^2)$. Il est stationnaire si:

- $d < \frac{1}{2}$,
- les racines de $\Phi_p(L)$ sont à l'extérieur du cercle unité du plan complexe,

Il est inversible si:

- $d > -\frac{1}{2}$,
- les racines $\bar{\Psi}_q(L)$ sont à l'extérieur du cercle unité du plan complexe.

On a en plus:

$$\nabla^d = (1 - L)^d = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i L^i \quad (2.2)$$

$$\pi_j = \frac{\Gamma(j - d)}{\Gamma(j + 1)\Gamma(-d)} = \prod_{0 < k < j} \left(\frac{k - 1 - d}{k} \right) \quad (2.3)$$

avec $j = 0, 1, \dots$

Γ correspond à la fonction Gamma définie par: $\forall \alpha \in \mathbb{R}_+^*$, $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$.

Les processus ARFIMA(p, d, q) sont des processus à mémoire longue lorsque

$d \in]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$ et $d \neq 0$. Ils sont inversibles si $d > -\frac{1}{2}$ et stationnaires si $d < \frac{1}{2}$. Plus précisément, trois cas peuvent être distingués en fonction des valeurs du paramètre d .

- si $0 < d < \frac{1}{2}$, le processus ARFIMA est un processus stationnaire à mémoire longue. Les autocorrélations sont positives et diminuent hyperboliquement vers zéro lorsque le retard augmente. La densité spectrale est concentrée autour des faibles fréquences et tend vers l'infini lorsque la fréquence tend vers zéro.
- si $d = 0$, le processus ARFIMA se réduit au processus ARMA standard.
- si $-\frac{1}{2} < d < 0$, le processus est anti-persistant : les autocorrélations décroissent hyperboliquement vers zéro en alternant de signe et la densité spectrale est dominée par les composantes de hautes fréquences (elle tend vers zéro lorsque la fréquence tend vers zéro). Ce cas, appelé anti-persistence par *Mandelbrot* correspond à des alternances de hausses et de baisses dans le processus. Ce comportement est aussi appelé « *effet Joseph* »² par référence à la Bible.

²Pourquoi « effet Joseph »? Dans l'ancien testament, Joseph fils d'Israël a été vendu par ses frères puis emmené en Egypte. Le Pharaon fit venir Joseph afin de lui expliquer le songe des sept années de vaches grasses et des sept années de vaches maigres. Initié grâce à Joseph, le Pharaon reconu l'esprit de Dieu en lui et le nomma gouverneur de sa maison. C'est ce "hasard lent" ou anti-persistence qui est appelé l'effet Joseph: 7 ans de sécheresse, 7 ans de fertilité (Alternance de hausses et de baisses dans le processus).

En outre, d décrit le comportement de long terme de la série alors que les paramètres autorégressifs et de moyenne mobile prennent en compte les fluctuations de court terme.

2.3.2 Méthode d'estimation des processus ARFIMA

Il existe diverses techniques d'estimation des processus ARFIMA (cf. Lardic et Mignon, 1996b). Nous présentons ici la méthode du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle.

Fox et Taquq (1996) propose d'utiliser une approximation de la fonction de vraisemblance gaussienne. L'idée sous-jacente est que la technique du maximum de vraisemblance exact est certainement la plus efficace, mais c'est la plus difficile à mettre en oeuvre. C'est pourquoi Fox et Taquq ont suggéré de se ramener à une approximation. Leurs estimateurs sont convergents et asymptotiquement normaux.

La vraisemblance gaussienne de la série X pour le processus général:

$$\Phi(L) \nabla^d (X_t - \mu) = \Theta(L)u_t \quad (2.4)$$

où Φ et Θ sont des polynômes retards d'ordre p et q respectivement et

$-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$, peut être exprimée comme:

$$L(\beta, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-T/2} (r_0, \dots, r_{t-1})^{-1/2} \exp -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^T \frac{(X_j - \hat{X}_j)^2}{r_{j-1}} \quad (2.5)$$

où $\beta = (d, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q)'$

\hat{X}_j , $j = 1, \dots, T$, correspond à la série des prévisions avec un pas unitaire, $r_{j-1} = \sigma^{-2} E(X_j - \hat{X}_j)^2$ $j = 1, \dots, T$.

Les estimateurs du maximum de vraisemblance $\hat{\beta}$ et $\hat{\sigma}^2$ sont obtenus en maximisant la vraisemblance $L(\beta, \sigma^2)$ par rapport à β et à σ^2 .

Brockwell et Davis (1991) indiquent que cette maximisation aboutit à:

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} S(\hat{\beta}) \quad \text{où} \quad S(\hat{\beta}) = \sum_{j=1}^T \frac{(X_j - \hat{X}_j)^2}{r_{j-1}} \quad (2.6)$$

et $\hat{\beta}$ est la valeur de β qui minimise:

$$l(\beta) = \ln\left(\frac{S(\beta)}{T}\right) + T^{-1} \sum_{j=1}^T \ln(r_{j-1}) \quad (2.7)$$

Pour u_t gaussien, Yajima (1985) a montré que, dans le cas où $p = q = 0$ et $d > 0$, on a (voir également Robinson, 1995a):

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, T^{-1}W^{-1}(\beta)) \quad (2.8)$$

où $W(\beta)$ est une matrice dont l'élément (j,k) est:

$$W_{jk}(\beta) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \ln g(\lambda; \beta)}{\partial \beta_j} \frac{\partial \ln g(\lambda; \beta)}{\partial \beta_k} d\lambda \quad (2.9)$$

et $\frac{\sigma^2 g(\lambda; \beta)}{2\pi}$ est la densité spectrale du processus.

Le comportement asymptotique de $\hat{\beta}$ pour $d < 0$ est cependant inconnu. Le calcul de la fonction $l(\beta)$ est long, surtout pour des valeurs élevées de T. Aussi, Brockwell et Davis (1991) suggèrent d'utiliser l'approximation suivante de $l(\beta)$:

$$l_\alpha(\beta) = \ln \frac{1}{T} \sum_j \left(\frac{I_T(w_j)}{g(w_j; \beta)} \right) \quad (2.10)$$

la somme étant sur toutes les fréquences de Fourier w_j nulles.

Hannan (1973) et Fox et Taquq (1986) ont montré que l'estimateur $\tilde{\beta}$ qui minimise $l_\alpha(\beta)$ est convergent et si $d > 0$, il a la même distribution limite que $\hat{\beta}$. La variance du bruit blanc est estimée par:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_j \left(\frac{I_T(w_j)}{g(w_j; \beta)} \right) \quad (2.11)$$

Brockwell et Davis (1991) remarquent cependant que l'approximation $l_\alpha(\beta)$ ne prend pas en compte le terme $T^{-1} \sum_{j=1}^T \ln(r_{j-1})$. Bien que ce terme tende vers zéro lorsque T tend vers l'infini, cet oubli peut avoir des conséquences non négligeables sur la minimisation de $l(\beta)$. Les auteurs suggèrent alors d'approximer ce terme par $T^{-1} \sum_j \ln g(w_j; \beta)$.

On obtient en conséquence la seconde approximation de $l(\beta)$, soit:

$$l_b(\beta) = l_\alpha(\beta) + T^{-1} \sum_j \ln g(w_j; \beta). \quad (2.12)$$

Brockwell et Davis (1991) proposent ainsi une technique visant à estimer les paramètres β et σ^2 du modèle fractionnairement intégré en maximisant l'approximation de Whittle, L_w , de la fonction de vraisemblance. Une telle opération revient à minimiser:

$$-2 \ln(L_w) = T \ln(2\pi) + 2T \ln \sigma + \sigma^{-2} \sum_j \left(\frac{I_T(w_j)}{g(w_j; \beta)} \right) + \sum_j \ln g(w_j; \beta) \quad (2.13)$$

où I_T correspond au périodogramme, $\sigma^2 g$ est la densité spectrale du modèle et la somme est sur toutes les fréquences de Fourier non nulles.

3 Résultats

3.1 Estimation ARFIMA(p,d,q) du taux d'inflation des pays de la CEMAC

les paramètres résultants de l'estimation du taux d'inflation dans les cinq (05) pays par une modélisation ARFIMA sont regroupés dans le tableau ci-après.

	\hat{d}	Ecart-type	t-value	P value
Cameroun	0.44	0.11	3.89	9.8×10^{-5}
Centrafrique	0.49	0.13	3.65	2.5×10^{-3}
Congo	0.48	0.12	4.08	4.4×10^{-5}
Gabon	0.46	0.12	4.01	5.9×10^{-5}
Tchad	0.49	0.12	3.93	8.3×10^{-5}

Table 3.1: Estimation du paramètre d'intégration fractionnaire

3.2 Interprétation des résultats.

Après analyse des valeurs estimées du paramètre d'intégration fractionnaire d obtenues dans le tableau 3.1 par la méthode du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle, il vient que ce paramètre est significativement différent de zéro dans chacun des cinq (5) pays. Il ressort que le taux d'inflation de ces pays possède des propriétés de long terme. De plus, pour ces pays, une analyse des corrélogrammes de la figure 3.1 montre la lente décroissance vers zéro de la fonction d'autocorrélation. Cette situation traduit, comme le prévoit la théorie sous-jacente et comme le prouvent les résultats de l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire dans la tableau 3.1, l'existence d'une mémoire de long terme stationnaire.

Par ailleurs, l'analyse des fonctions impulsion-réponse du modèle ARFIMA à la figure 3.2, illustre les commentaires précédents.

Figure 3.1: Fonctions d'autocorrélation de l'inflation dans cinq (5) pays de la CEMAC.

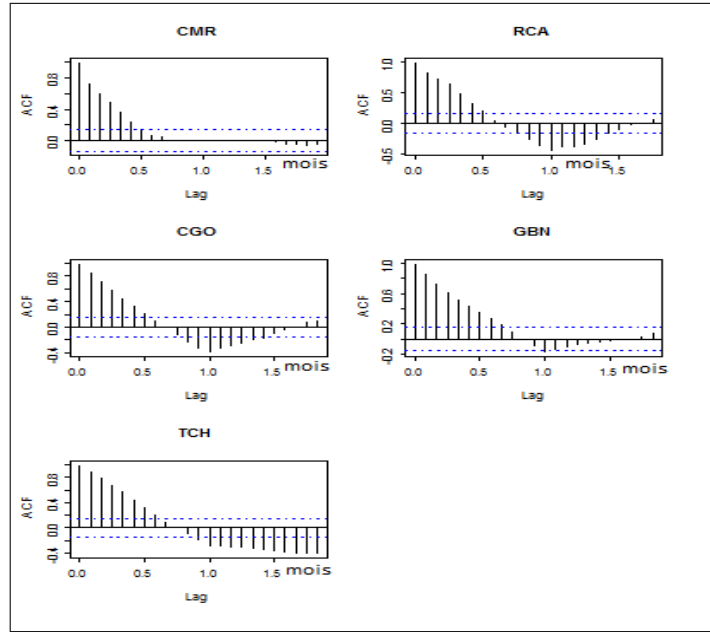
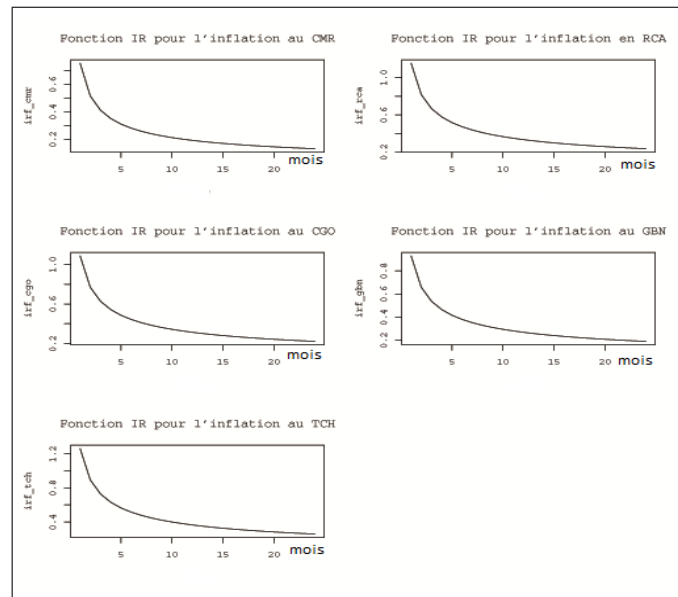


Figure 3.2: Fonctions Impulsion-réponse du modèle ARFIMA dans cinq (5) pays de la CEMAC.



Conclusion

Ce papier a pour but d'étudier les propriétés de long terme du taux d'inflation dans les pays de la CEMAC. Après une brève revue de la littérature théorique et empirique sur les travaux similaires, nous avons estimé les paramètres de court et de long terme du modèle ARFIMA associé à ces différentes séries par la méthode du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle. Il résulte de ces estimations que tous ces pays (Cameroun, République Centrafricaine, Congo, Gabon, Tchad) sont caractérisés par un taux d'inflation possédant une mémoire de long terme.

Sur la base des observations faites, de la méthodologie employée et des résultats obtenus, nous pouvons affirmer que, si la valeur fondamentale du taux d'inflation est proche de 3%, à la suite d'un choc unitaire sur les prix, les effets se dissiperaient lentement et ne s'annuleraient qu'après un horizon relativement long de 15 mois en moyenne, comme l'illustre les fonctions impulsion-réponse de la figure 3.2. Ce résultat converge avec celui obtenu par les travaux de *Bernanke* et *Gertler* en 1995, sur le rôle du canal du crédit bancaire dans la transmission de la politique monétaire de la FED aux Etats-Unis. Ces auteurs ont estimé entre 12 et 24 mois les délais de réaction de la sphère réelle suite à une impulsion monétaire. Ainsi, toutes mesures de politique monétaire palliatives (utilisant des instruments de politique monétaire visant à absorber le choc inflationniste) à court terme devraient en tenir compte, en considérant un horizon temporel cible réaliste.

Cette inertie de l'inflation observée dans les pays de la Zone CEMAC pourrait s'expliquer par les délais de transmission de la politique monétaire (canaux du taux d'intérêt, du coût du crédit, etc.) de la sphère monétaire à la sphère réelle. Par exemple, en présence de rigidité des prix, une hausse des taux d'intérêt nominaux provoque un accroissement des taux d'intérêt réels, ce qui entraîne une diminution des dépenses d'investissement (en capital fixe des entreprises, en logement des ménages), de consommation en biens durables (des ménages), donc de la demande agrégée et, in fine, de la production et de l'inflation. Cette étude a en outre un intérêt certain pour la BEAC, car elle est susceptible d'induire un meilleur contrôle de l'offre de monnaie centrale.

Les résultats de notre étude permettront de se rassurer sur les propriétés statistiques de l'inflation dans ces pays via l'identification du processus stochastique qui la génère, pour la mise en place à terme d'un modèle de prévision de l'inflation efficace. De plus, elle pourra constituer une base de travail pour les travaux de recherche utilisant cet agrégat dans une approche causale multivariable (VAR), qui mettront en exergue les principales causes de la persistance dans l'inflation des pays de la CEMAC. Elle permettra en outre de généraliser le concept de cointégration au sens usuel par celui de cointégration fractionnaire. Il sera ici question de vérifier que le terme à correction d'erreurs est non pas $I(0)$, mais fractionnairement intégré. Ceci permettra d'améliorer la qualité des prévisions, intrapolations et extrapolations qui en découlent.

Références Bibliographiques

- [1]Agiakloglou, C., P. Newbold and M. Wohar (1992): "Bias in an estimator of the fractional difference parameter." *Journal of Tirne Series Analysis*, vol.14, 235-246.
- [2]Baillie, R. T. (1995): "Long memory processes and fractional integration in econometrics." *Journal of Econometrics*, forthcoming.
- [3]Ball, L. and S. G. Cecchetti (1990): "Inflation and uncertainty at short and long horizons." *Brookings Papers on Econornic Activity*, 215-254.
- [4]Barkoulas & Christopher Baum & Gurkan Oguz, (1998): "Stochastic long memory in traded goods prices." *Applied Economics Letters, Taylor and Francis Journals*, vol.5, 135-138.
- [5]Barsky, R. B. (1987): "The Fisher hypothesis and the forecastability and persistence of inflation." *Journal of Monetary Economics*, vol.19, 3-24.
- [6]Ben Bernanke et Mark Gertler (1995): "Inside the black Box: Tne credit Channel of Lonetary Policy Transmission." *Journal of Economic Perspective*.
- [7]Cheung, Y.-W. and F. X. Diebold (1994): "On maximum likelihood estimation of the differencing parameter of fractionally integrated noise with unknown mean." *Jourrlal of Econornetrics*, vol.62; 301-316.
- [8]Chung, C.-F. and R. T. Baillie (1993): "Small sample bias in conditional sum of squares estimators of fractionally integrated ARMA models." *Ernpirical Economics*, vol.18, 791-806.
- [9]Dahlhaus, R. (1989): "Efficient parameter estimation for self similar processes." *Annals of Statistics*, vol.17, 1749- 1766.
- [10]Delgado, M.A. and Robinson, P.M. (1993): "*Optimal spectral bandwith for long memory.*" *Preprint*.
- [11]Delgado, M.A. and Robinson, P.M. (1994): "New methods for the analysis of long memory time series: Application to Spanish inflation." *Journal of Forecasting* vol.13 97-107.
- [12]Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1981): "Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root." *Econometrica*, vol.49, 1057-1072.
- [13]Diebold, F. X. and G. D. Rudebusch (1989): "Long memory and persistence in aggregate output." *Journal of Monetary Economics*, vol.24, 189-209.
- [14]Diebold, F. X. and G. D. Rudebusch (1991): "On the power of Dickey-Fuller tests against fractional alternatives." *Economics Letters*, vol.35, 155- 160.
- [15]Fox, R. and M. S. Taquq (1986): "Large sample properties of parameter estimates for strongly dependent stationary Gaussian time-series." *Annals of Statistics*, vol.14, 517-532.
- [16]Geweke, J. and S. Porter-Hudak (1983): "The estimation and application of long memory time series models." *Journal of Time Series Analysis*, vol.4, 221-238.
- [17]Gouriéroux C. (1999): "*La mémoire longue en économie: discussion sur l'article de S. Lardic et V. Mignon.*" *Journal de la société Française de Statistique*, vol. 140, 61-64
- [18]Goux, J-F. (1998): "*Inflation, désinflation, déflation.*" ed. Dunod, collection «topos», 126p.

- [19]Granger, C. W. J. (1980): "Long memory relationships and the aggregation of dynamic models." *Journal of Econometrics*, vol.14, 227-238.
- [20]Granger, C. W. J. and R. Joyeux (1980): "An introduction to long memory time series models and fractional differencing." *Journal of Times Series Analysis*, vol.1, 15-39.
- [21]Hamilton J. D. (1994): "*Times Series Analysis.*" *Princeton University Press.*
- [22]Hassler, U. and J. Wolters (1995): "Long memory in inflation rates: International evidence." *Journal of Business & Economic Statistics*, vol.13, 37-45.
- [23]Hosking, J. R. M. (1981): "Fractional differencing.", *Biometrika*, vol.68, 165-176.
- [24]Hosking, J. R. M. (1984): "Modeling persistence in hydrological time series using fractional differencing." *Water Resources Research*, vol.20, 1898-1908.
- [25]Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt and Y. Shin (1992): "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series are non stationary." *Journal of Econometrics*, vol.54, 159-178.
- [26]Moehring, R. (1990): "Parameter estimation in Gaussian intermediate memory time series." *Institut für Mathematische Stochastik working paper, University of Hamburg.*
- [27]Perron, P. (1988): "Trends and random walks in macroeconomic time series: further evidence from a new approach." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.12, 297-332.
- [28]Sandrine Lardic, Valerie Mignon. (2002): "*Econométrie des Séries Temporelles Macroéconomiques et Financières.*" *Economica*
- [29]Sowell, F. B. (1992): "Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally-integrated time-series models." *Journal of Econometrics*, vol.53, 165-188.
- [30]Wilfredo Palma (2007): "*Long-memory Time Series.*" *Wiley Series in Probability and Statistics.*

Annexes
Graphiques

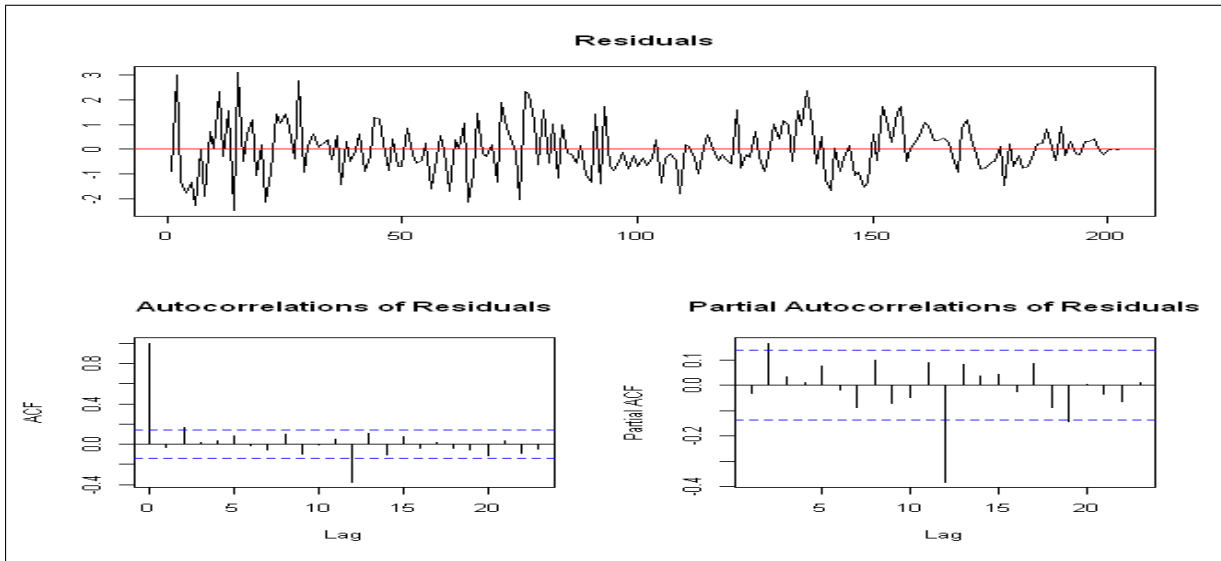


Figure 3.3: Graphique des résidus du test de racine unitaire de DF sur l'inflation au Cameroun.

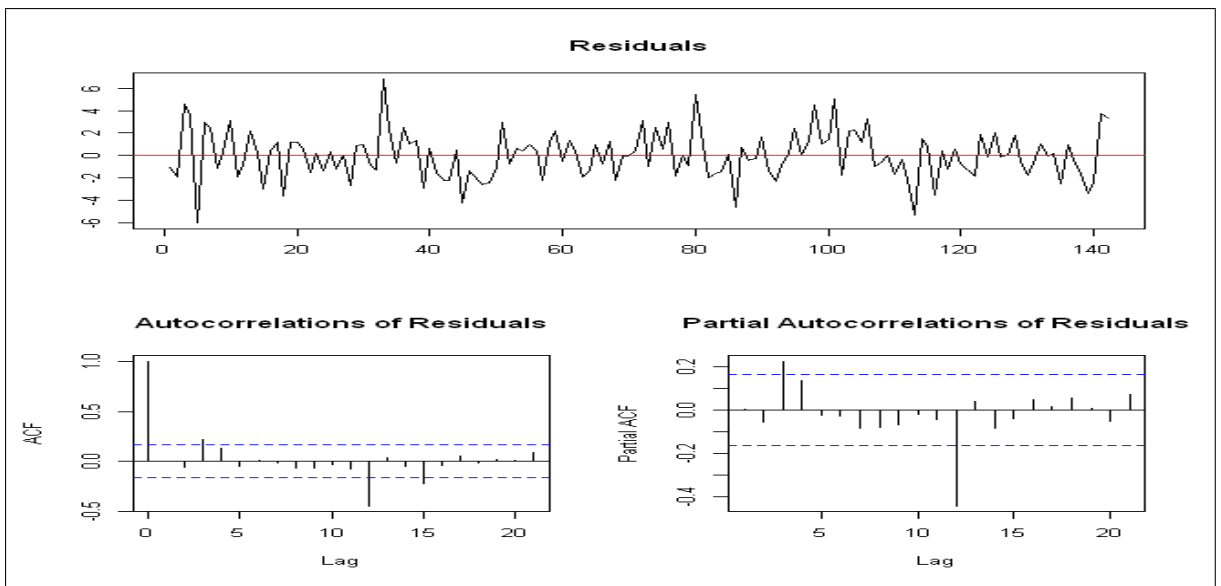


Figure 3.4: Graphique des résidus du test de racine unitaire de DF sur l'inflation en RCA.

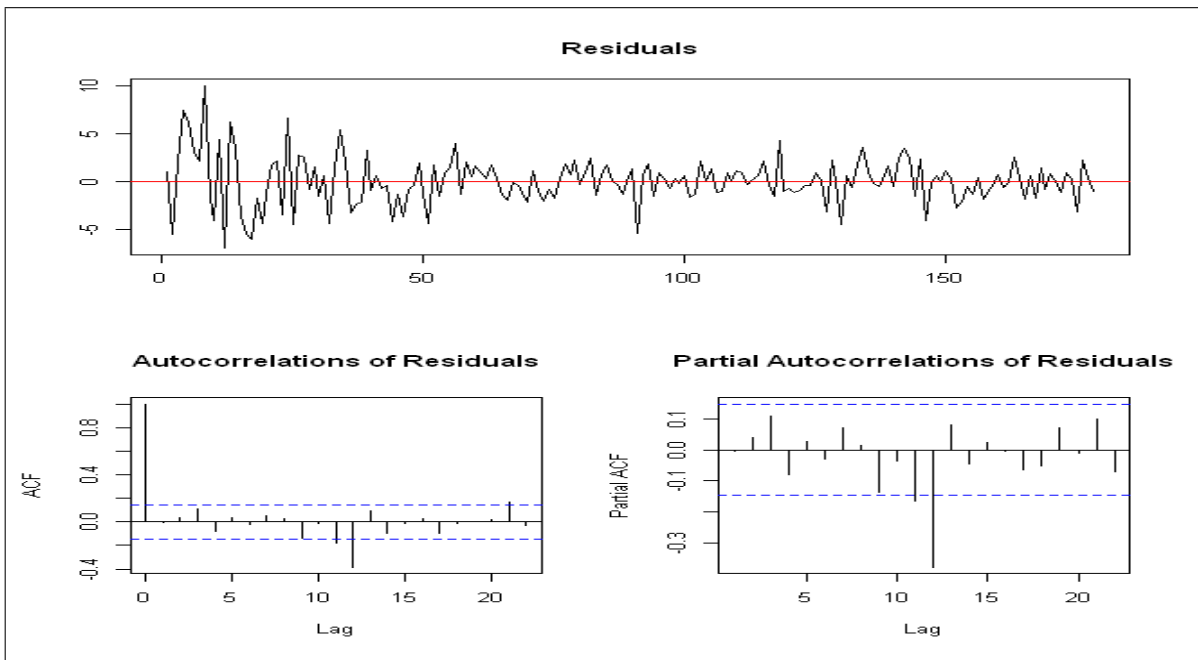


Figure 3.5: Graphique des résidus du test de racine unitaire de DF sur l'inflation au Congo.

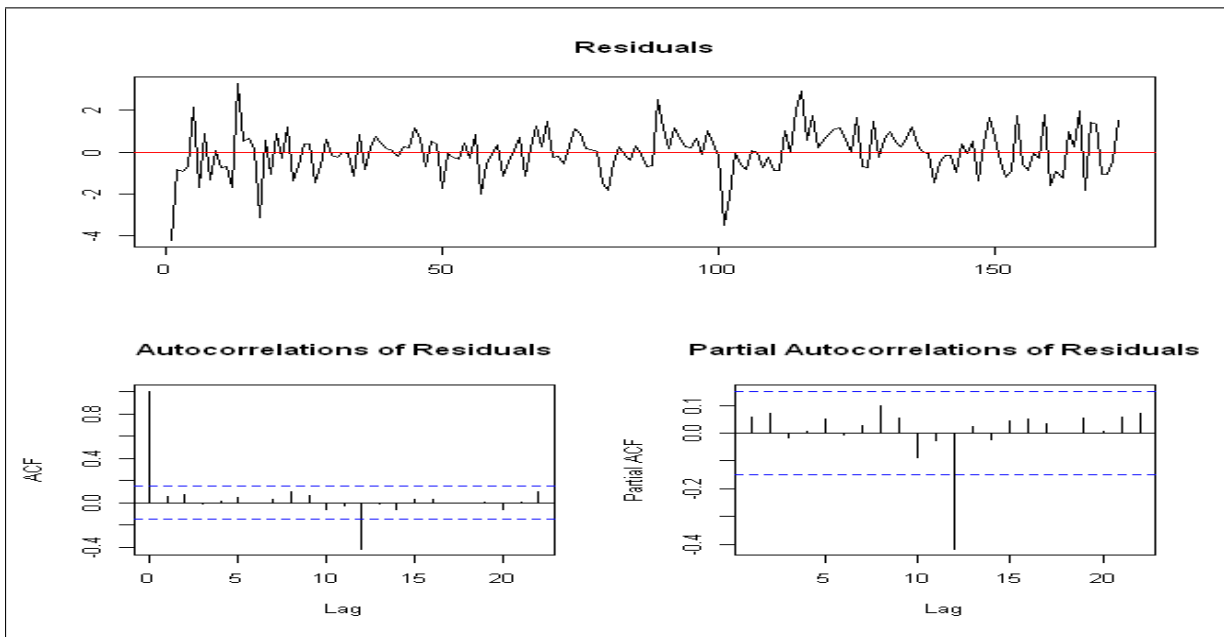


Figure 3.6: Graphique des résidus du test de racine unitaire de DF sur l'inflation au Gabon.

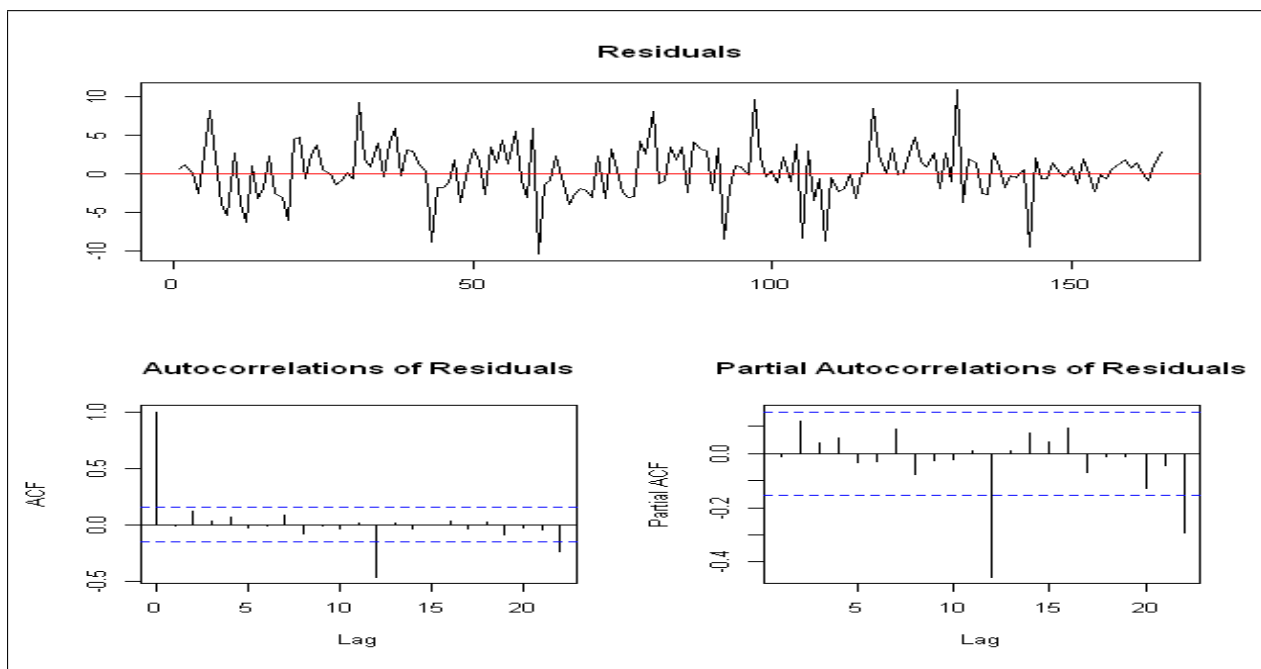


Figure 3.7: Graphique des résidus du test de racine unitaire de DF sur l'inflation au Tchad.

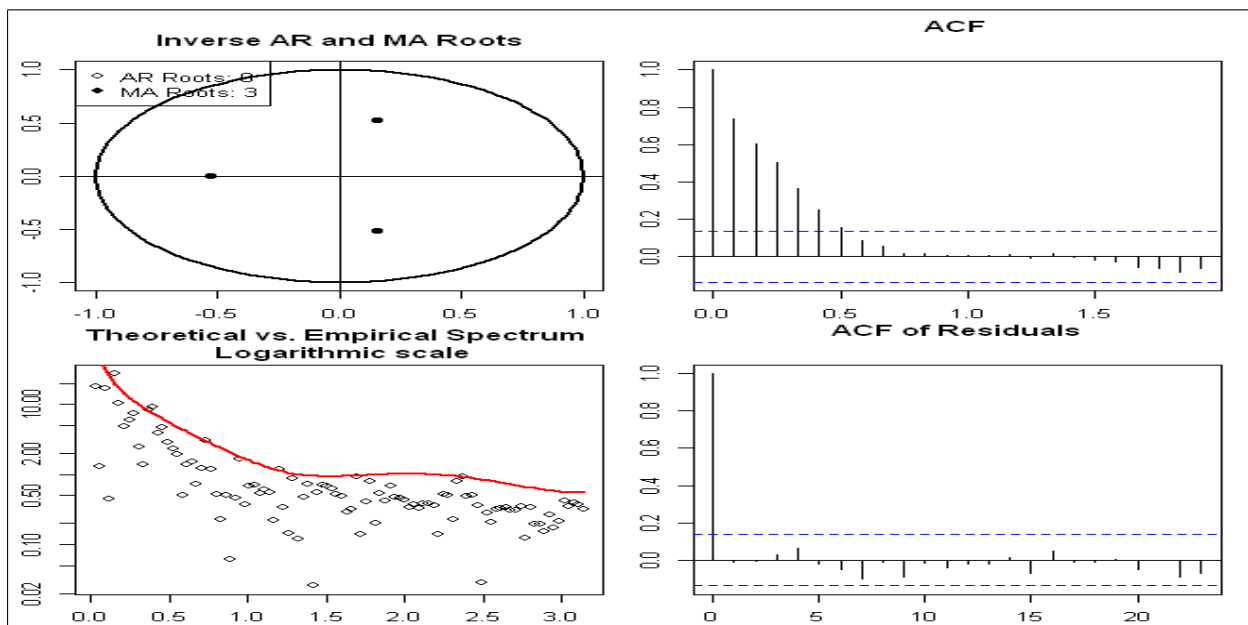


Figure 3.8: Spécification du modèle ARFIMA: Cameroun

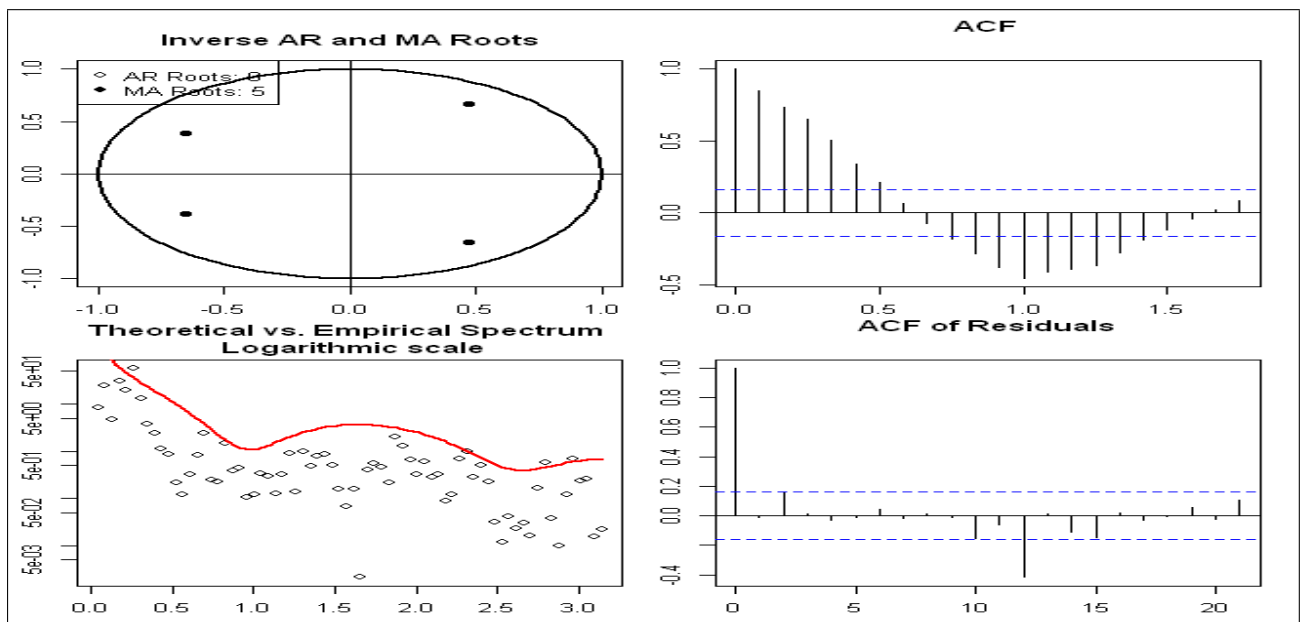


Figure 3.9: Spécification du modèle ARFIMA: RCA

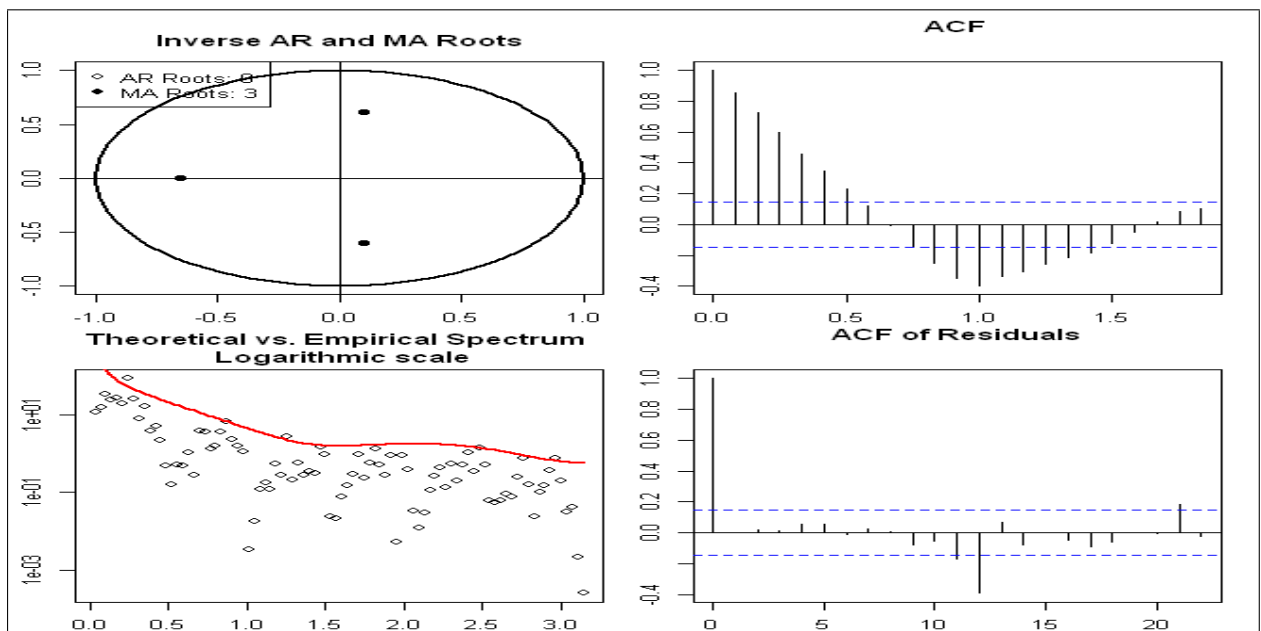


Figure 3.10: Spécification du modèle ARFIMA: Congo.

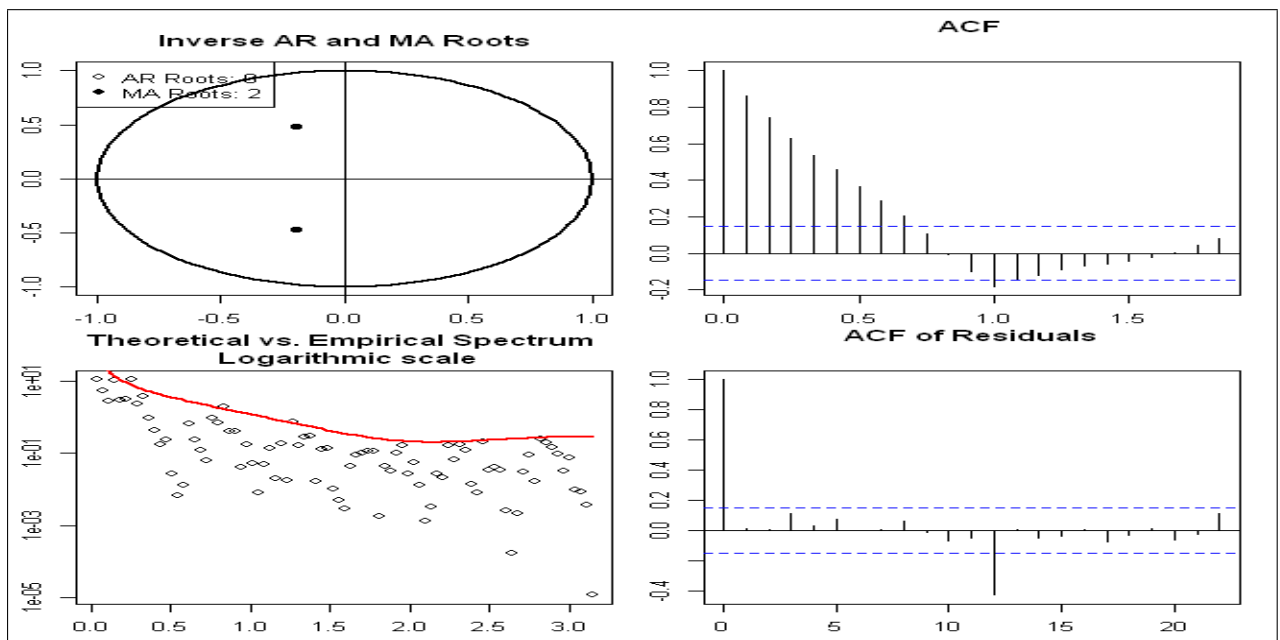


Figure 3.11: Spécification du modèle ARFIMA: Gabon

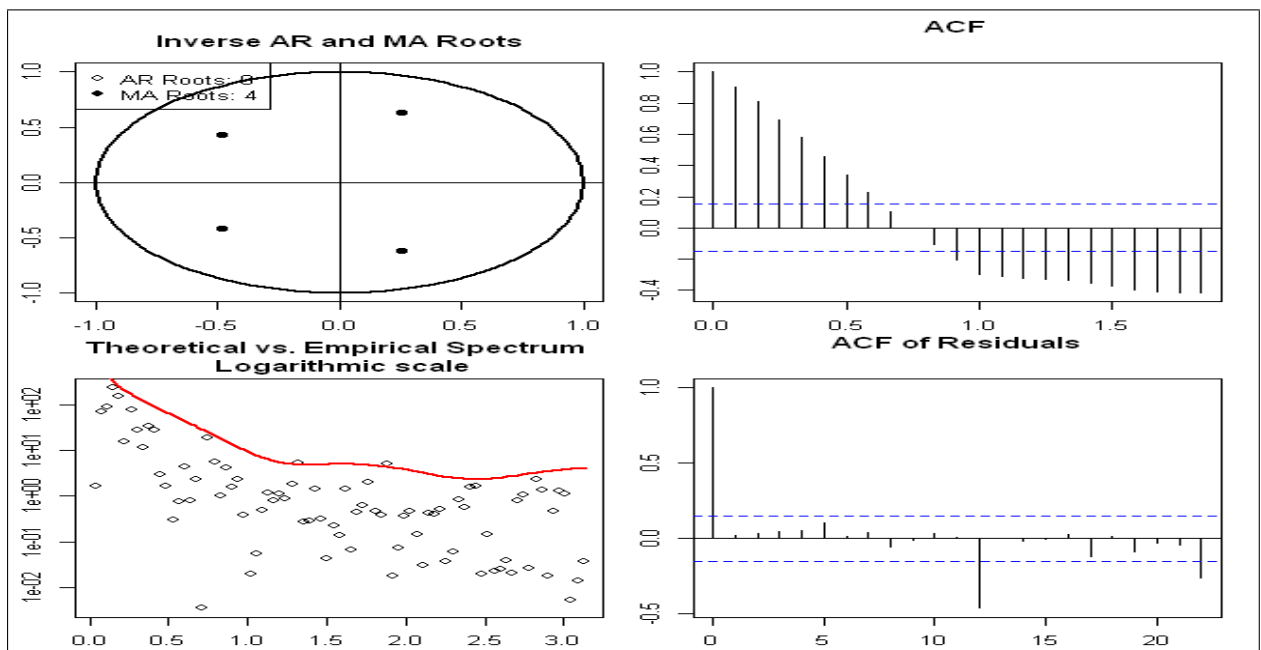


Figure 3.12: Spécification du modèle ARFIMA: Tchad.